

A COVID–19-JÁRVÁNY IDŐBELI ALAKULÁSÁNAK VIZSGÁLATA SZIGMOID GÖRBÉKKEL II. – TÖBB HULLÁM ÖSSZEHOSONLÍTÁSA

Szabó Ferenc János 

egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Intézet
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: machszyf@uni-miskolc.hu

Absztrakt

Jelen cikk első része a Covid–19 nevű, új típusú koronavírus időbeli alakulásának vizsgálatáról szól, szigmoid görbék alkalmazásával. A cikk első részében Kína (Wuhan), Olaszország és Magyarország görbéit vizsgáltuk, a jelen cikkben már csak Magyarország görbéi szerepelnek. Az első rész befejezésekor a járvány első hullámának végén voltunk, de már biztosnak látszott, hogy meg fog jelenni Magyarországon is a második hullám. A vizsgált logisztikai görbéket tekintve ez azt jelenti, hogy a jelenség többhullámos, tehát a további hullámok vizsgálatához a bilogisztikus, sőt trilogisztikus, akár multilogisztikus (többhullámos logisztikai) görbékre is szükség lesz. A görbék egyenletét felírva, a függvények lefutását, deriváltját, integrálját vizsgálva részletesen összehasonlítható a hullámok időbeli alakulása, következtetések vonhatók le a várható esetszámokra nézve és az előrejelezhetőségre vonatkozóan is. Az így elérhető eredmények hasznosak lehetnek más jelenségek vizsgálatánál és előrejelzésénél is, mivel a szigmoid görbék kiterjedt multidiszciplinaritással rendelkeznek, sok területen alkalmazhatók fontos jelenségek leírására.

Kulcsszavak: szigmoid görbék, logisztikai görbe, Covid–19, második, harmadik, negyedik hullám, EBSYQ összehasonlítási rendszer

Abstract

The first part of this paper studied the time history of the COVID-19 pandemic in Hungary, Italy and China (Wuhan) by comparing the logistic curves of the number of deaths in function of time. In the present paper only Hungary will be studied. When the first part of this paper ended, we were at the end of the first wave of the pandemic, but it was clear that the second wave will arrive soon to Hungary, too. This leads to the necessity of the investigation of bi-logistic, tri-logistic or for several waves the multiwave logistic curves. Comparing the parameters in the equations of the curves and regarding the derivative and integral of the curves, detailed comparison is possible between the waves of the disease. On the basis of the results of this comparison, the officials in charge of pandemic could derive useful conclusions concerning the possible maximum number of disease cases or deaths and on the prognosis of the future behaviour of the disease. The results achieved during these investigations could be very useful for the study and forecast of some important phenomena of several different areas too, because the multidisciplinary of the sigmoid curves is very large.

Keywords: Sigmoid curves, logistic curve, COVID-19, pandemic, EBSYQ system, several waves

1. BEVEZETÉS

A szigmoid görbék kialakulásáról, történetéről egy „state of the art” jellegű összefoglalás található Rézsó F.-né (Rézsó, 2020) cikkében, jelen munka bevezető részében inkább a görbék multidiszciplinaritását, többféle tudományterületen való hasznosíthatóságát, a különféle jelenségek leírására való alkalmasságát szeretnénk kiemelni.

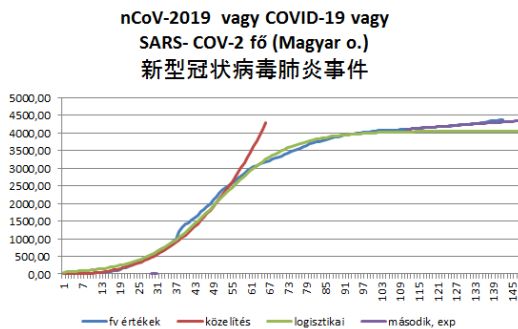
A szigmoid görbék első alkalmazása az 1700-as évek végén Malthus (Malthus, 1798) munkásságához köthető, a biológiában a különböző, korlátozás nélkül szaporodó fajok létszámának vizsgálatához alkalmazta. A korlátozott térben kialakuló növekedési folyamatok leírására Pierre-Francois Verhulst (Verhulst, 1847) egy speciális szigmoid görbét, a logisztikai görbét fejlesztette ki. Pearl és Reed (Pearl és Reed, 1920) az USA népességének előrejelzésére alkalmazta a logisztikai görbét. Bertalanffy (Bertalanffy, 1938) cápák uszonyának növekedését tanulmányozva egy olyan szigmoid görbét fejlesztett ki, amelyre főleg a növekedés jellemző, nem hangsúlyos a telítődési szakasza. Ezt később a mezőgazdaság több területén is alkalmazták különböző növények, állatok növekedésének tanulmányozására, leírására (Richards, 1959), valamint Kazuko és társai (Kazuko és Bajzer, 2003) az orvostudományban a dagantos sejtek növekedésének tanulmányozására is felhasználták. Moore (Moore, 1965) elektronikai eszközök kapacitásának időbeli fejlődését mutatta be logisztikai görbével. Mansfield (Mansfield, 1961) munkássága tette lehetővé a szigmoid görbék iparban, terméktervezésben, az innovációk piaci elterjedésének tanulmányozásában való alkalmazását. Jang, Show-Ling és munkatársai (Jang et al., 2005) a mobiltelefonok különböző országokban való elterjedésének időbeli alakulását vizsgálták szigmoid görbékkel. Pulzáló, több hullámot mutató folyamatok esetére Meyer (Meyer és Turner, 1994) a bilogisztikus, trilogisztikus, esetleg a multilogisztikus görbék alkalmazhatóságát mutatta be. A szigmoid görbék társadalomtudományi jelenségekre való alkalmazására találhatunk érdekes példákat Nikosz (Nikosz, 2009) munkájában.

Szabó (2011–2021) különböző cikkeiben a szigmoid görbék többféle tudományterületet érintő alkalmazásait találhatjuk: sport világcúcsok időbeli alakulása (Szabó, 2011), szempontrendszer különböző csoportok teljesítményének összehasonlítására, minősítésére (Szabó, 2017), optimumkereső algoritmusok és beállítások összehasonlítása (Szabó, 2018), tengerek műanyag szennyeződésének időbeli alakulása (Szabó, 2019), kopási görbék vizsgálata (Szabó, 2021a), termék életgörbék (Szabó, 2021b), a Covid-19-járvány (első hullám) időbeli alakulása (Szabó, 2020). Rézsó F.-né (Rézsó, 2020) munkájában hallgatói csoportok eredményeinek összehasonlítására láthatunk példát, szintén szigmoid görbék alapján.

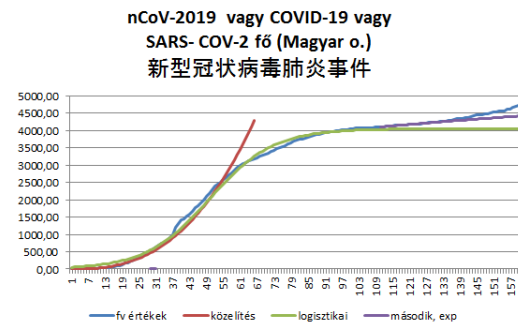
2. A COVID-19-PANDÉMIA HULLÁMAINAK IDŐBELI ALAKULÁSA MAGYARORSZÁGON

A szigmoid görbék tehát az élet számos területén alkalmasak a különböző jelenségek, folyamatok leírására. A görbék megismerése, egyenletük felírása, az azokban szereplő paraméterek hatásainak megértése lehetővé teszi, hogy a vizsgált jelenség, folyamat alakulását, jövőbeli várható viselkedését előre láthassuk, előre jelezhessük, ami számos haszonnal járhat. A szigmoid görbék a növekedési, telítődési jellegüknél fogva alkalmasak a vírusok, betegségek terjedésének vizsgálatára, leírására is. Jelen cikkben ezt kihasználva próbálunk előrejelzési, prognosztizálási lehetőségeket kifejleszteni a szigmoid görbék tulajdonságainak elemzése alapján a vizsgált jelenség, a Covid-19-járvány időbeli alakulására vonatkozóan. A cikk első részének megírásakor (Szabó, 2020) sikeresen túl voltunk a megbetegedés első hullámán, sikerült alacsony szinten tartani a fertőzöttek és a halálozások számát, ami a járványügyi szakemberek munkáját és a lakosság együttműködését dicséri.

Innen folytatjuk a betegségben megfertőzöttek és elhunytak számának tanulmányozását, továbbra is szigmoid görbék segítségével. A magyarországi fertőzöttek görbáját figyelve az volt tapasztalható, hogy az első hullám csillapodása, enyhülése után szinte azonnal egy lassú növekedés indult be, amelynek tendenciája exponenciális jelleget kezdett mutatni. A növekedés exponenciális jellege aggodalomra adott okot, mert a logisztikai függvény első szakasza exponenciális jellegű fejlődés, ezért ez már a második hullám jelenlétét, kezdetét is jelenthette. Az 1. ábra 2020. július 23-ai állapotban mutatja a magyar fertőzöttek számának alakulását, a vízszintes tengelyen a napok száma, a függőleges tengelyen a fertőzöttek létszáma. Az első nap a fertőzöttek számának görbéjén 2020. március 4., a betegségben elhunytak számának görbéjén 2020. március 15. Az 1. ábrán megfigyelhető, hogy a telítődés, a szinte vízszintessé válás után elindul a növekedés, amit ha exponenciális görbével közelítünk, akkor jól látszik, hogy a növekedés jellege ezt szorosan követi. Az exponenciális fejlődés pedig a vírus szabad, zavartalan növekedését jelenti, ami nagyon hamar eredményezhet magas esetszámokat, ezért veszélyes ez a szakasz. A 2. ábrán látszik, hogy el is indult a nagyobb mértékű növekedés.



1. ábra. A Covid-19-járvány fertőzötteinek létszáma 2020. július 23-án



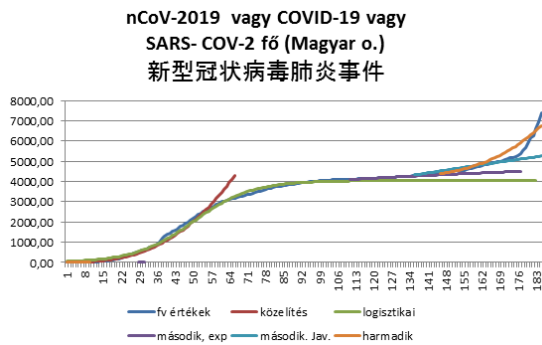
2. ábra. A Covid-19-járvány fertőzötteinek létszáma 2020. augusztus 10-én

Ez a növekedés egy hónap alatt olyan drasztikussá vált, hogy többször is frissíteni kellett az exponenciális közelítés görbéjét (3. és 4. ábra). A fertőzések száma hónapokon át egyre meredekebben növekedett, decemberre már olyan mértékű lett, hogy az első hullám számai eltörpültek a második hullám fertőzési száma mellett. (5. ábra). Ugyanez mondható el a betegségben elhunytak számának alakulására nézve is (6. ábra). A betegség alakulásának ebben a szakaszában exponenciális növekedés áll fenn, tehát ha előrejelzést csinálnánk, akkor csak ezt az exponenciális növekedést közelíthetnénk, hogy bizonyos idő múlva milyen számokat eredményezne, hiszen ebben a fázisban csak a zavartalan fejlődés látszik és nem ismert, hogy milyen intézkedések lesznek, mikor léptetik életbe ezeket és ezeknek milyen korlátozó hatása lesz a számok további növekedésének megfékezésére. Az intézkedések hatása a görbéken majd egy inflexiós pont formájában válik tapasztalhatóvá (5. és 6. ábra), ekkor az addigi exponenciális fejlődéshez képest kissé lassul a növekedés üteme. Az inflexiós pont helyén a görbe deriváltjának maximuma van, ezért mondható, hogy a járvány ezen hulláma „ekkor éri el a tetőpontját”, a számok növekedésének napi üteme ettől kezdve csökken majd.

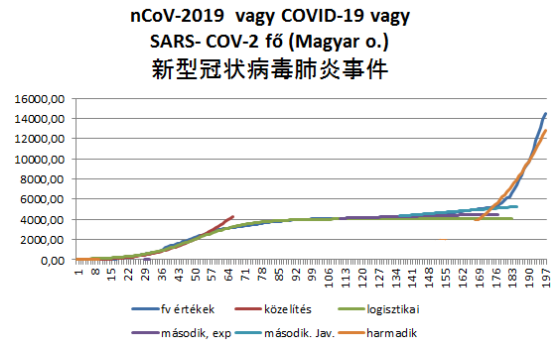
Ekkortól kezdődik a logisztikai görbének a telítődési szakasza, amely a folyamat végén a napi megbetegedési (és halálozási) számok nullához közeledésével jellemezhető, illetve a betegség logisztikai görbéje „telítődik”, azaz a konstans értékhez közelít (7. és 8. ábra). Ez a konstans szakasz majd mindaddig tart, míg az újabb hullám el nem kezdődik, ahogy az első hullám esetében is volt. Mivel a betegségnek van

lappangási ideje, valamint a betegek állapotának súlyosbodása is időt vesz igénybe, ezért a fertőzöttek görbéje és az elhunytak számának görbéje között akár két hét időeltolódás is lehetséges.

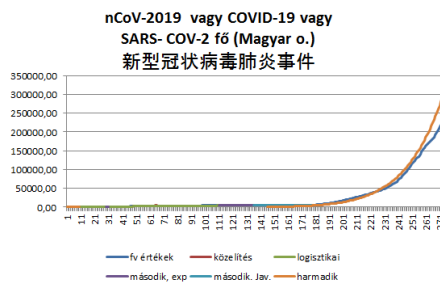
A telítődési szakasz után a következő hullám jelenik meg és kezdődik újra az exponenciális növekedés, majd az intézkedések hatására a telítődés megindulása. A második hullám esetén nem dőlhetünk zavartalanul hátra, nem tartott sokáig a telítődési, konstans szakasz (9. ábra), mert kb. a 310. naptól kezdve már meg is indult a harmadik hullám (2021. január közepe táján). Ezen az ábrán láthatjuk az ekkor elkezdődött harmadik hullám teljes lefutását is, ennek végén hosszabb telítődési szakasz látható, ami valószínűleg az oltások jótékony hatásának is köszönhető. Hasonlóképpen viselkedik az elhunytak görbéje is, ezen is látható, hogy a második hullám után nem sok telítődés volt, de a harmadik után hosszabb konstans szakasz alakult ki. Azonban mindkét görbén (9. és 10. ábra) megfigyelhető az is, hogy kb. az 500. naptól kezdve, azaz 2021. szeptember elején megjelenik a negyedik hullám, amelynek mind a fertőzöttek, mind pedig az elhunytak tekintetében az exponenciális növekedési szakasza érvényesül 2021. december elején.



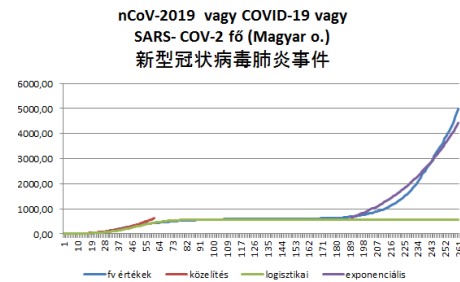
3. ábra. A Covid-19-járvány fertőzötteinek létszáma 2020. szeptember 4-én



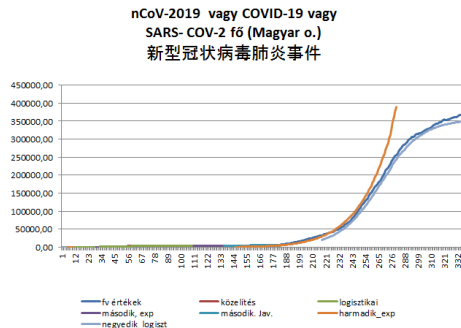
4. ábra. A Covid-19-járvány fertőzötteinek létszáma 2020. szeptember 16-án



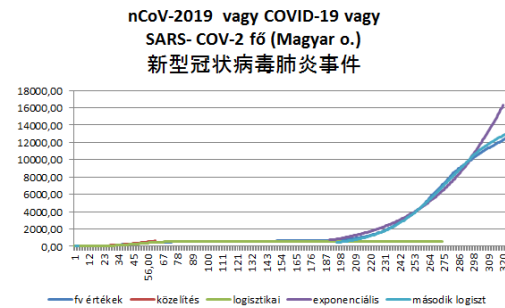
5. ábra. A magyarországi fertőzöttek száma 2020. december 1-jén



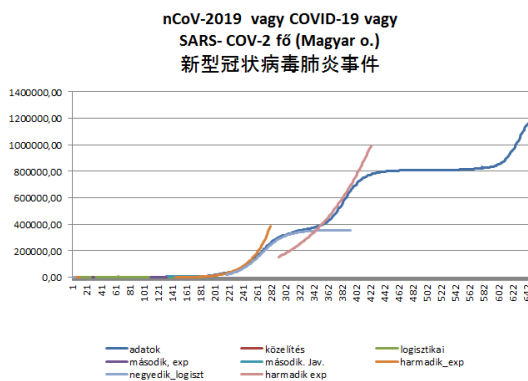
6. ábra. A magyarországi elhunytak száma 2020. december 1-jén



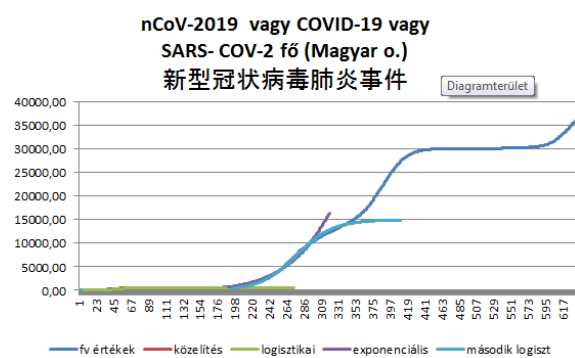
7. ábra. A magyar fertőzöttek számának alakulása 2021. január 31-én



8. ábra. A magyar elhunytak számának alakulása 2021. január 31-én



9. ábra. A magyar fertőzöttek számának alakulása 2021. december 9-én



10. ábra. Az elhunytak számának alakulása 2021. december 9-én Magyarországon

2021. december közepén a fertőzöttek számának alakulása kis eltérést kezdett mutatni az exponenciális görbétől, ezért az volt feltételezhető, hogy a negyedik hullám inflexiós pontjánál, azaz a tetőzésnél vagyunk. Valószínűleg ennek a hullámnak sem lesz majd hosszú a telítődési (konstans) szakasza, mivel 2021. december végén nálunk is felütötte a fejét az agresszívan fertőző „omikron”-vírus variáns, ami alapján valószínűsíthető, hogy pár hét múlva érvényesülni fog az ötödik hullám. Emellett az influenza időszak is ebben az időben van, ezért gyakran előfordulhat az influenza és a Covid egyszerre történő fertőzése is (flurona).

A 9. és 10. ábra tanulmányozásakor egy diagramban láthatjuk a betegség négy hullámának alakulását (multilogisztikus görbék), így már egy pillantással is felismerhető, hogy az egyes hullámok görbéinek viselkedésében szembeszökő különbségek tapasztalhatók (az egyik meredekebb növekedést mutat, a másoknak magasabb értéknél következik be a tetőzése, később alakul ki az inflexiós pontja, stb.), tehát adódik a lehetőség, hogy a görbék egyenleteit felírva, az azokban szereplő konstansokat is összehasonlítsuk, hiszen ezek az említett jellemzőkkel szoros kapcsolatban vannak, így ezzel még pontosabban, számszerűsítve minősíthetjük, hasonlíthatjuk egymáshoz a görbéket. A görbéknek ez a fajta, számszerű

értékekre alapuló összehasonlítása, ennek módszere, rendszere nagyon jól hasznosítható lehet minden olyan jelenség többféle változatának összehasonlításánál is, amelyek szigmoid görbékkel leírhatók. A szigmoid görbék multidiszciplinaritását (Szabó, 2021b) kihasználva megnövelhető az itt elért eredmények, összehasonlítási „fogások” alkalmazási, hasznosítási területe is.

3. A COVID-19-JÁRVÁNY HULLÁMAIHOZ TARTOZÓ IDŐGÖRBÉK ÉS DERIVÁLTJAİK ÁBRÁZOLÁSA

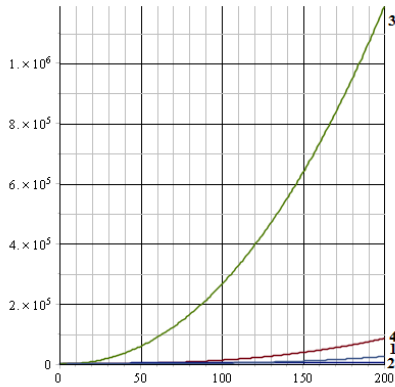
A szigmoid görbékkel leírható jelenségek görbéi, paraméterei alapján történő összehasonlításra egy kidolgozott, több mint 30 szempontot tartalmazó rendszer található Szabó (Szabó, 2017) munkájában, mely az EBSYQ-rendszer (Evolutionary Based SYstem of Qualification for the comparison of group achievements, azaz csoportok teljesítményének evolúciós alapú összehasonlítási és minősítési rendszere) nevet viseli. E rendszer alapján kiterjedt és tüpontos összehasonlítás, értékelés, rangsorolás végezhető. Szinte zsűriszerűen, számszerű értékek alapján, objektív szempontok szerint „versenyeztethetők” és rangsorolhatók az összehasonlított jelenségek, résztvevők. A szigmoid görbék multidiszciplinaritását kihasználva ez a rendszer minden olyan jelenségre is alkalmazható, amelyek szigmoid görbével leírhatók. Így a Covid-19-járvány hullámainak időgörbéi is alávetethetők egy ilyen összehasonlítási folyamatnak. Minden ilyen alkalmazásnál a görbék paramétereinek újraértelmezése, a jelentésük újbóli átgondolása, a vizsgált jelenség tulajdonságaira való újbóli vonatkoztatása szükséges, illetve újra el kell dönteni, hogy egy paraméter (pl. a K paraméter, az elérhető maximális érték) akkor jelent-e jót a jelenség szempontjából, ha nagy értéket vesz fel, vagy esetleg az a jó, ha minél kisebb. Mivel a megbetegedések esetén a K érték a megfertőződöttek számát jelenti, (a halálozás vizsgálatánál pedig az elhunytak számát), ezért ezekben az esetekben a minél kisebb érték a jobb, rangsoroláskor ez az előnyösebb jellemző. Más esetben, pl. hallgatói csoportok összehasonlításakor azonban a K paraméter az elérhető eredmény értékével van kapcsolatban, ezért ekkor a nagyobb érték lenne a jobb. A görbeparaméterek részletesebb tanulmányozása érdekében tekintsük át az eddigi vizsgálatok során említésre került görbék egyenletét és azok paramétereit:

A Covid-19-betegség hullámait a multilogisztikus görbék írják le a legvalóságghűbben, ezért a logisztikai görbe jellemzőivel kezdjük a paraméterek felsorolását. A logisztikai görbének két, nagyon jellemző és jelentős szakasza van: az első szakasz a zavartalan, korlátlan fejlődés szakasza (pl.: ha nem teszünk semmit a betegség ellen, vagy ha egy biológiai faj esetén nincs ragadozó, nincs halálozás), ekkor a növekedés exponenciális. Ezt a görbeszakaszt a következő alakú, exponenciális függvényvel lehet jellemezni:

$$y = cx^r \quad (1)$$

A járvány négy hullámának exponenciális függvényét a könnyű összehasonlíthatóság kedvéért a zérusból induló pozícióra transzformálva, a fertőzöttek számára vonatkozóan a *11. ábra* mutatja a hullámok sorszámát feltüntetve, ennek paramétereit az *I. táblázat* tartalmazza. Az elhunytak számának alakulására a *12. ábra* mutatja a transzformált görbéket, a görbék egyenleteiben szereplő paraméterek értékei pedig a *II. táblázatban* láthatók. A logisztikai görbe másik nagyon jellemző és fontos szakasza a telítődési szakasz, amely az inflexiós pont elérését követően indul be. Ez a korlátos növekedés szakasza. A növekedés korlátját a vírusellenes intézkedések hatásai okozzák, vagy egy biológiai faj fejlődése esetén a halálozás (pl. ragadozó) megjelenése. A korlátos növekedési szakaszt leíró egyenlet a következő:

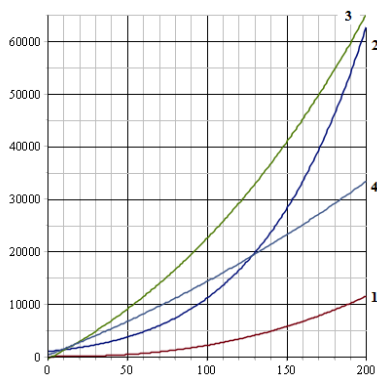
$$y = \frac{K}{1 + ce^{-rx}} \quad (2)$$



11. ábra. A hullámok exponenciális görbéi (a fertőzöttek száma)

I. táblázat. Az exponenciális görbék paraméterei (fertőzöttek száma)

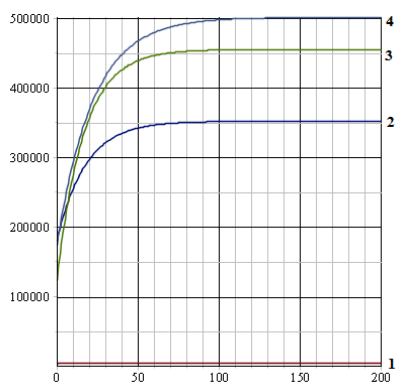
Param.	hullám 1	hullám 2	hullám 3	hullám 4
c	0,0522	1596,445	5,1259	0,0010327
r	2,70	0,2001	3,26722e + 08	3,2139875



12. ábra. A hullámok exponenciális görbéi (az elhunytak száma)

II. táblázat. Az exponenciális görbék paraméterei (elhunytak száma)

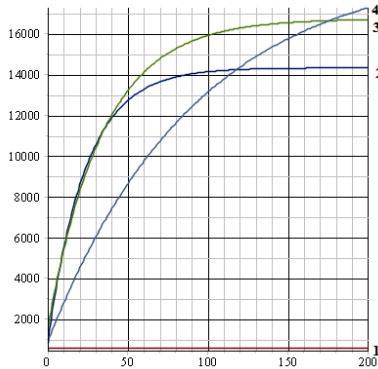
Param.	hullám 1	hullám 2	hullám 3	hullám 4
c	0,031	1,4e - 11	1,949e - 06	0,000217
r	2,42	6,015	3,862	2,9331075



13. ábra. A hullámok logisztikai görbéi (a fertőzöttek száma)

III. táblázat. A logisztikai görbék paraméterei (fertőzöttek száma)

Param.	hullám1	hullám2	hullám3	hullám4
K	4043	3,56e + 05	8,0895e + 05	1,31009e + 06
c	2,4253	4,13e + 06	5,38355e + 09	5,533093e + 11
r	0,0883	0,057	0,06051379	0,045113722



14. ábra. A hullámok logisztikai görbéi (az elhunytak száma)

A járványhullámok logisztikai görbéit, szintén a zérustól induló pozícióra transzformálva, a fertőzöttek számának alakulására a 13. ábra mutatja, a görbékben szereplő paramétereket a III. táblázat tartalmazza. Az elhunytak számát közelítő logisztikai görbék a 14. ábrában találhatók, paramétereiket a IV. táblázatban gyűjtöttük össze. Összehasonlítások, esetleg előrejelzések fejlesztése esetén szükség lehet a logisztikai görbék deriváltjaira is (3), ezeket a négy járványhullámra vonatkozóan a fertőzöttek száma esetére a 15. és 16. ábra tartalmazza. A deriváltak egyenleteiben a paraméterek ugyanazok, mint a 2. egyenletben, illetve a III. és IV. táblázatban.

$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{Kce^{-rx}}{(1 + ce^{-rx})^2} \quad (3)$$

4. KÖVETKEZTETÉSEK, ÖSSZEHASONLÍTÁSOK

A járvány hullámainak leíró görbének az eddigiek alapján két fő szakasza van. Az első az exponenciális növekedés szakasza, amely arra az esetre érvényes, amikor a vírus szabadon, korlátozások és beavatkozások nélkül terjed, szaporodik, tehát ekkor megmutatkozik az igazi „arca”, azaz látható válik, hogy mennyire „agresszív”, milyen gyorsan terjed, szaporodik, milyen erős a fertőzőképessége, a szaporodóképessége, az elhunytak görbéit tekintve pedig megmutatkozik, hogy milyen a súlyossága, mennyire halálos. Ezt a 11. és 12. ábra görbéin láthatjuk, melyek a négy hullám exponenciális fejlődést mutató görbe szakaszait mutatják, közös kezdőpontból felmérve. A 11. ábra mutatja, hogy a fertőzöttek számát tekintve a harmadik hullám agresszivitása kimagasló, ezt követi a negyedik hullám, majd az első és második hullám kisebb agressziót mutat. Az I. táblázat a görbék egyenleteiben szereplő paraméterek értékeit mutatja, ami akkor segíthet az összehasonlításban, vagy a rangsorolásban, ha esetleg két összehasonlítandó elem egymáshoz közel esik, nem annyira eklatáns a köztük lévő különbség, ekkor a számértékek alapján könnyebb lehet a döntés.

A betegségben elhunytak számának exponenciális görbéi a 12. ábrán láthatók, itt is a harmadik hullám a domináns, de a második hullám is jelentősnek mutatkozik. A negyedik és első hullám ezektől kisebb növekedési gyorsaságot mutat, ezen belül a negyedik jóval erősebbet, mint az első.

Az exponenciális fejlődés szakaszát tekintve az erősség mellett az is fontos jellemző, hogy meddig tart ez az exponenciális fejlődés, hiszen hosszabb exponenciális szakasz jelentősen megnöveli a számokat, ami a vizsgált esetben sokkal több fertőzöttet vagy elhunytat jelent. Az exponenciális fejlődés végét

IV. táblázat. A logisztikai görbék paramétereit (elhunytak száma)

Param.	hullám 1	hullám 2	hullám 3	hullám 4
K	583 413	14 920,64	31 727,39	54 383,18621
c	124 657	136 986,1	31 876,6436	487,3019
r	0,0987	0,0426	0,021227	0,010846167

az inflexiós pont megjelenése jelenti, a járvány ekkor tér át a telítődési szakaszra. Ettől a ponttól kezdve csökkenni kezd a napi esetszám, ami a nulla közelébe is lecsökkenhet, ekkor mondható, hogy a járvány „lecsengett”. Az addig kialakult fertőzések esetleg jelentős száma „a nagy számok törvénye” alapján elősegítheti a genetikai változások, mutációk kialakulását, ami az újabb hullám kialakulását idézheti elő. Az inflexiós pont megjelenésére egy jellemző szám alakítható ki, ha megvizsgáljuk, hogy a hullám megjelenésétől számítva hány nap telik el az inflexiós pont megjelenéséig. A hullám megjelenésekor az előző hullám is jelen van, tehát a megjelenést az a pont mutathatja, amikor az új hullám függvényértéke meghaladja az előző hullám függvényértékét, azaz amikor egyértelműen felfedezhető az exponenciális fejlődés elkezdődése, szemben az előző hullám lecsengését kifejező, konstanshoz közelítő értékhez képest. Az inflexiós pont megjelenéséhez szükséges napok számát az egyes hullámokra az *V. táblázat* tartalmazza.

V. táblázat

Az inflexiós pont megjelenéséhez szükséges idő

hullám	fertőzöttek görbéi	elhunytak görbéi
1	50	40
2	75	100
3	116	120
4	167	180

A később megjelenő inflexiós pont az adott hullám elhúzódsát mutatja, aminek a fertőzés agresszivitásával, valamint a hamarabb vagy később meghozott intézkedésekkel, illetve az intézkedések hatékonyságával lehet kapcsolata.

További fontos jellemző lehet az inflexiós pontok távolsága az egyes hullámok között, ami a mutálódási sebességgel kapcsolatos, azaz azt jelzi, hogy milyen hamar jelenik meg az újabb mutáns az előző hullám lecsengése után. Az újabb mutáns megjelenése (inflexiós távolság) az első hullám és a második hullám között 291 nap, a második és harmadik hullám között 117 nap, a harmadik és negyedik hullám között 250 nap. Ezek alapján a „mutációs késedelem”, azaz az új mutáns megjelenéséhez szükséges idő a második hullám után volt a legkisebb, az első hullám és a harmadik hullám után hosszabb mutációs késedelmet láthattunk. Az első hullám esetén ennek a késedelemnek az is oka lehet, hogy kicsi volt a fertőzöttek száma, azaz statisztikailag a kevesebb fertőzöttről kisebb valószínűsége van a mutációk kialakulásának. A harmadik hullám utáni késedelemnél viszont az oltások hatása is érvényesülhetett, ezért hiába volt nagy a fertőzöttségi szám, később fejlődött ki a mutáció, azaz az oltás okozhatja a mutálódási időszükséglet növekedését. A negyedik hullám után ez a késedelem sokkal kisebbnek ígérkezik, mint a második hullám után volt, de ezt még nem lehet pontosan lemérni, mivel a cikk megírásának idején az ötödik hullám az exponenciális növekedés fázisában van, még nem alakult ki az inflexiós pontja. Annyi bizonyos, hogy az omikron-mutáns nagyon gyorsan megérkezett, nem hagyott hosszú telítődési időt a delta-mutánsnak. Ekkor már felütötte fejét az úgynevezett „lopakodó” omikron is, ami akár egy újabb változatnak is tekinthető lehet, de ennek kialakulásához, eldöntéséhez is még időre van szükség.

További összehasonlításokat tesz lehetővé a logisztikus növekedés második fázisát jellemző telítődési görbék (*13. és 14. ábra*) összehasonlítása. Talán már az eddigiekből is látszott, de most még egyértelműbben kiadódik, hogy az első hullám minden tekintetben elhanyagolható a többi hullámhoz képest, mind a fertőzöttek számát, mind pedig az elhunytak számát tekintve.

Az első jól összehasonlítható jellemző a K paraméter értéke, ami a telítődési szinttel van kapcsolatban, esetünkben az adott hullámban elért maximális esetszámot mutatja. Ezt tekintve, valamint a közös kezdőpontba redukált függvényeket vizsgálva is azt tapasztalhatjuk, hogy ahogy időben követik egymást a hullámok, úgy növekszenek a telítődési esetszámok, a fertőzöttek számát is és az elhunytak számát is tekintve. A növekedés gyorsaságát vizsgálva (r paraméter) ez az egyértelmű növekvő rangsor kissé torzul, de hiába lassabb a növekedés mértéke például a 4. hullám esetében, az elért esetszám a halálozások száma tekintetében végül mégis ebben a hullámban a legmagasabb. Az eddigiek alapján tehát kijelenthető, hogy a betegség megjelenése óta a járvány egyre nagyobb méreteket ölt az idő előrehaladtával, az egymást követő hullámok egyre nagyobb mértékű fertőzöttséget okoznak. Jelen cikk megírásának időpontjában (2022. január közepe) az ötödik hullám (az omikron-mutáns) erős exponenciális növekedési szakaszában vagyunk, tehát az egyre növekvő mérték igazolódni látszik a fertőzöttek számát tekintve, ám az elhunytak száma nem követi ezt az agresszív növekedést, ami összecseng több virológus szakértő jelentésével, miszerint az omikron-variáns nem okoz olyan súlyos tüneteket és olyan magas halálozási számokat, mint például a delta-variáns.

A telítődési görbék deriváltjait vizsgálva (15. és 16. ábra) a hullámok deriváltjai egy spektrumszerű diagramot adnak, mintha sajátértékek sorakoznának egymás után. Nagyon hasonló ez az ábra egy szerkezet spektrumgörbéjéhez, amit például a gerjesztést 0 és 10 000 Hz között 100 Hz/s sebességgel változtatva kapnánk. A spektrumgörbe esetén az egyes amplitúdók környezetében vizsgálva a görbék, információt kaphatunk a csillapítás mértékéről is, kiszámítva a maximális amplitúdó és a maximális amplitúdó 0.707-szeresénél (effektív érték) vett görbeszélesség hányadosát. A görbék hasonlóságát kihasználva ilyen jellemzők meghatározásával további információ nyerhető a járvány viselkedésére nézve is. Vizsgálhatók tehát a hullámok „amplitúdói”, az amplitúdók körüli hullámszélesség, számíthatjuk az amplitúdó felénél vett hullámszélesség és az amplitúdó értékének hányadosát.

Az amplitúdók nagyságát tekintve a fertőzöttek száma esetén az tapasztalható, hogy a járvány hullámai egyre nagyobb napi növekedési maximumokat produkálnak, tehát ezek az amplitúdók egyre növekednek a hullámok előrehaladtával. Ez a betegség egyre agresszívabbá válását mutatja, egyre inkább erőteljesebben terjed, egyre fertőzőképesebb. Ezt a tendenciát nem törte meg az oltottság előrehaladása sem, ami azzal van összhangban, hogy az oltás nem a fertőződést szünteti meg, hanem a tünetek súlyosságát csillapítja. Ez a tendencia szemmel láthatóan folytatódik, fokozódik az ötödik hullám esetén is, a betegség történetét tekintve rekord mértékű fertőzöttségi számok tapasztalhatóak.

Az elhunytak számát tekintve ez a tendencia a harmadik hullámig hasonlóan alakult, mint a fertőzöttek száma esetében, de a negyedik hullám után ez változott, szerencsére kisebb mértékű halálozás tapasztalható a negyedik hullámban, mint előtte. Ez az eddigi adatok alapján igaz lehet majd az ötödik hullámra is, de ennek teljes biztonsággal történő eldöntéséhez még nem telt el elég idő. A halálozási szám napi növekedésének visszaesése egybeesik az oltottság előrehaladásával, tehát itt is igaznak látszik, hogy az oltás nem a fertőződést akadályozza meg, hanem a tünetek súlyosságát csökkenti. Az amplitúdók egymástól mért távolsága a mutációs késedelemmel van összefüggésben, amit már vizsgáltunk a görbék inflexiós pontjai távolságának mérésével.

A derivált görbéket az amplitúdó környezetében vizsgálva meghatározható egy jellemző, ami az adott hullám „elnyúlását”, időbeli kiterjedését jellemzi. Ezt az értéket (η) úgy határozhatjuk meg, hogy a vizsgált hullám amplitúdómaximumának értékét (a_1, a_2, a_3, a_4) elosztjuk az amplitúdómaximumának felénél mért görbeszélességgel (s_1, s_2, s_3, s_4). Ennek általános képlete a (4) egyenlet.

$$\eta_i = \frac{a_i}{s_i} \quad , \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (4)$$

Az elnyúlást jellemző értéket az egyes hullámokra a VI. táblázat tartalmazza.

VI. táblázat
A vizsgált járványhullám elnyújtottságát jellemző érték

érték	fertőzöttek száma	elhunytak száma
η_1	0,2	1,0
η_2	4,0	5,17
η_3	10,2	3,83
η_4	9,6	1,45

Egy adott amplitudót vizsgálva, ha η értéke nagy, akkor az azt jelenti, hogy az amplitudó értéke nagy a szélességhez képest, tehát egy „tűszerű”, hegyes görbe jellemzi azt a hullámot, azaz kevésbé elnyúló, tehát a lefolyása gyors. Ha kicsi a hányados értéke, akkor a szélesség értéke jelentősebb, tehát egy elhúzódó, lassabb lefolyású hullámmal van dolgunk.

A VI. táblázat adatai alapján látható, hogy a hullámok elhúzódást kifejező tényező a fertőzöttek száma esetén az első három hullám esetén növekvő tendenciát mutat, azaz egyre „tűszerűbb”, de ez az esetszámok növekedésének amplitudója miatt nagy, nem pedig a gyorsabb lefolyást jelenti. A negyedik hullám elhúzódási jellemzője kisebb, mint az előző hullámé, amit talán az oltottság növekedése okozhat. A halálozási adatok esetén ez a tendencia fordított, egyre elhúzódóbb viselkedést mutat, csökken a tényező értéke. Ez az elhúzódás lehetséges, hogy szintén az oltások hatásának köszönhető. Ezt alátámasztani látszik az is, hogy a 16. ábrán a legelhúzódóbb hullámnál, a negyedik hullám esetén az amplitudó is kisebb, mint az előző két hullám esetén.

Az eddigi vizsgálatok során gyakran adódott olyan helyzet, hogy az összehasonlítások, elemzések a jövőben bekövetkező eseményekre, a jellemzők jövőbeli alakulására vonatkoztak, de ezeknél mindig hangsúlyoztuk, hogy ezeknek az ellenőrzéséhez, kialakulásához több időre van szükség, hiszen az ötödik hullámnak a jelen cikk írásakor még az elején járunk. Mivel a szigmoid görbék viselkedésének tanulmányozásakor az adódó eredményeket nagyon hasznos lenne előrejelzésre, prognózisra használni, azaz a vizsgált jelenség jövőbeli viselkedésére, jellemzőire nézve szeretnénk adatokat, ismereteket szerezni, ezért gyűjtjük össze az eddigi vizsgálatokból azokat a gondolatokat, tendenciákat, eddigi összehasonlításokat, elemzéseket, amelyek ilyen jellegű eredményekre vezethetnek:

- Az ötödik hullám exponenciális görbéje agresszívabb terjedést fog mutatni, mint bármely eddigi hullám, tehát ez lesz a legagresszívabb.
- A negyedik hullám utáni mutációs késedelem a vírus megjelenése óta mért legkisebb érték lesz, tehát az ötödik hullámot okozó omikron-mutáns nagyon gyorsan alakult ki. Ehhez az oltások hatásosságának csökkenése is hozzájárulhatott.
- A fertőzöttek száma az ötödik hullámban éri el az eddigi legnagyobb értéket, ami megfelel a hullámok által mutatott eddigi tendenciának.
- A nagy fertőzöttségi szám miatt az ötödik hullám után sem számíthatunk majd nagy mutációs késedelemre, tehát a gyors mutálódási sebesség megmaradhat.
- Az első négy hullám jellemzőinek vizsgálatából leszűrhető, hogy az oltások előrehaladása a hullám lezajlásának elhúzódását okozhatja. Mivel azonban az ötödik hullám esetén az oltások hatásossága csökkenő irányban változik, ezért az ötödik hullám lefolyása kevésbé elhúzódónak várható, mint a negyedik hullám volt (az elhunytak számát tekintve).

- Bár az oltások esetén az eddigi információk azt hangsúlyozták, hogy nem a megfertőződést, hanem a betegség súlyosságát csökkentik, a negyedik hullám elhúzódó viselkedése a fertőzöttek számában azt mutatja, hogy az oltásoknak a fertőzöttek számának alakulására is van hatása.

Ezeknek a jövőre vonatkozó következtetéseknek, előrejelzéseknek a beválása könnyen ellenőrizhető lesz az ötödik hullám előrehaladásának figyelemmel kísérése során. Az ezek közül esetlegesen jól beváló prognózisok, összehasonlítási fogások jól alkalmazhatóak lesznek más jelenségek vizsgálatához is (termékek életgörbéje, optimáló algoritmusok iterációtörténeti görbéje, stb.).

5. ÖSSZEFOGLALÁS

A Covid-19-járvány négy hullámának összehasonlítását a hullámok időbeli alakulását kifejező szigmoid görbék alapján végeztük el. A valós értékeket naponta a hivatalosan közölt adatok alapján regisztráltuk, majd hullámonként szigmoid görbékkel közelítettük. Az összehasonlításhoz vizsgáltuk a görbék alakját, lefutását, valamint tanulmányoztuk a görbék egyenletében szereplő paramétereket is. Az összehasonlítás első részében a korlátlan fejlődési szakaszt mutató exponenciális görbékkel hasonlítottuk össze, a második részében pedig a telítődési szakasz logisztikai függvényét figyeltük mindegyik hullámra. Két fontos eredmény született a vizsgálatok során: az első a mutációs késedelem, illetve mutációs sebesség definíciója, mérésének, minősítésének módja, az egyes hullámokra történő összehasonlítása. Ebből kimutathatónak látszik, hogy az oltások előrehaladása késleltetőleg hat a mutációk kialakulására, azaz növeli a mutációs késedelmet, másként fogalmazva csökkenti a mutációs sebességet. A másik eredmény a járványhullámok sajátértékgörbékhez való hasonlatosságának bemutatása és ennek kihasználása egy újabb jellemző, az elhúzódási tényező bevezetése és a hullámokra történő összehasonlítása volt. A vizsgálatok során elért eredmények, kidolgozott összehasonlítási eljárások, következtetések, valamint a jövőre nézve tehető előrejelzési lehetőségek nem csak a járvány jövőbeli alakulásának figyelésére, esetleg előrejelzésére lehetnek hasznosak, hanem nagyon hasznos információk elérését tehetik lehetővé a terméktervezés terén a termékek életgörbéjének vizsgálata, összehasonlítása, elemzése, rangsorolása útján, valamint hasznosak lehetnek az optimáló algoritmusok iterációtörténeti görbéjének vizsgálatához is, amellyel csökkenteni lehet a multidiszciplináris optimalás során a paraméterek beállításához szükséges numerikus kísérletek idejét.

A jövőre vonatkozó következtetéseket, előrejelzéseket aktuálisan az ötödik hullám esetére lehetett megtenni, mivel a cikk publikációra történő leadásának idején (2022 január vége) az ötödik hullám exponenciális növekedési szakaszán jártunk, közel az ötödik hullám inflexiós pontjához. A járvány alakulásának további figyelése során tanúi lehetünk majd az előrejelzések, jövőre vonatkozó következtetések beválásának, ellenőrizhetjük a prognózisok jóságát. A jövőre vonatkozó kijelentések sikeres beválása nagy jelentőségű eredmény lenne, főleg a mutáció sebességére vonatkozóan, mivel a mutáció egy véletlenszerű folyamat, ennek jövőbeli alakulására nézve mindig nagyon nehéz bármit mondani, előre jelezni.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Jelen cikk szerzője ezúton szeretné köszönetét, nagyrabecsülését és tiszteletét kifejezni mindazon, az egészségügyben dolgozó és tevékenykedő emberek felé, akik nap mint nap, immár majdnem két éve, erőn felül mindent megtesznek a Covid-19-járvány során megbetegedett emberek gyógyításáért, az oltások beadásáért, a betegség mielőbbi visszaszorításáért, legyőzéséért. A cikket abban a reményben zárom, hogy stílszerűen szólva mielőbb, minél teljesebb mértékű siker „koronazza” munkájukat!

IRODALOM

- [1] Rézsó, F.-né (2020). Sigmoid görbék alkalmazása tanulói csoportok eredményeinek vizsgálatához. *Multidiszciplináris tudományok*, 10 (3), pp. 195–211. <https://doi.org/10.35925/j.multi.2020.3.25>
- [2] Malthus, T. (1798). *An essay on the principle of population*. Printed for J. Johnson in St Paul's Church-Yard, London.
- [3] Moore, E. G. (1965). Cramming more components onto integrated circuits. *Electronic Magazine*, 38 (8), pp. 114–117.
- [4] Verhulst, P.-F. (1847). *Deuxieme memoire sur la loi d'accroissement de la population*. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique. 20. 1-32, Retrieved 18 February 2013.
- [5] Pearl, R., Reed, L. J. (1920). On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation. *Proc. of the National Academy of Sciences*, 6 (6), pp. 275–288. <https://doi.org/10.1073/pnas.6.6.275>
- [6] Bertalanffy, L. (1960). Principles of theory of growth. In: Nowinski, W.W., Ed., *Fundamental Aspects of Normal and Malignant Growth*. Elsevier Amsterdam, pp. 137–259.
- [7] Kozuko, F., Bajzer, Z. (2003). Combining gompertzian growth and cell population dynamics. *Mathematical Biosciences*, 185, pp. 153–167. [https://doi.org/10.1016/S0025-5564\(03\)00094-4](https://doi.org/10.1016/S0025-5564(03)00094-4)
- [8] Richards, F. J. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, 10, pp. 290–300. <https://doi.org/10.1093/jxb/10.2.290>
- [9] Mansfield, E. (1961). Technical change and the rate of imitation. *Econometrica*, 29 (4), pp. 741–766. <https://doi.org/10.2307/1911817>
- [10] Jang, S. L., Dai, S. C., Sung, S. (2005). The pattern and externality effect of diffusion of mobile telecommunications: the case of OECD and Taiwan. *Information Economics and Policy*, 17, pp. 133–148. <https://doi.org/10.1016/j.infoecopol.2004.05.001>
- [11] Meyer, W. B., Turner, B. L. (editors) (1994). *Changes in land use and land cover: a global perspective*. Cambridge University Press, pp. 537. Xi, ISBN 0 521 47085 4.
- [12] Nikosz, F.: *Növekedési görbék, társadalmi diffúzió, társadalmi változás*. <http://www.socialnetwork.hu/cikkek/FokaszDiffuzio.pdf>, legutóbbi felkeresés: 2020. okt. 10.
- [13] Szabó, F. J. (2011). Analógia a sport- világsúcsok története és az evolúciós optimáló algoritmusok iteráció-története között. *GÉP*, LXII (9–10), pp. 28–31.
- [14] Szabó, F. J. (2017). Evolutionary based system for qualification and evaluation of group achievements (EBSYQ). *International Journal of Current Research*, 9 (08), pp. 55507–55516. www.journalcra.com/sites/default/files/21246.pdf
- [15] Szabó, F. J. (2018). Optimumkereső algoritmusok iterációtörténetének vizsgálata. *GÉP*, 69 (4), pp. 82–85.
- [16] Szabó, F. J. (2019). Application of sigmoid curves in environmental protection. In: Szita Tóthné, K., Jármay, K., Voith, K. (eds.): *Solutions for Sustainable Development: Proceedings of the 1st International Conference on Engineering Solutions for Sustainable Development (ICESSD 2019)*. London, United Kingdom/England: CRC Press, pp. 1–7, 7p.
- [17] Szabó, F. J. (2021a). Analysis of wear curves as sigmoid functions. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 22, pp. 273–281. https://doi.org/10.1007/978-981-15-9529-5_24
- [18] Szabó, F. J. (2021b). A szigmoid görbék multidiszciplinaritása. *GÉP*, LXXII (3–4), pp. 61–64.
- [19] Szabó, F. J. (2020). A Covid–19-járvány időbeli alakulásának vizsgálata szigmoid görbékkel. *Multidiszciplináris Tudományok*, 10 (3), pp. 294–306. <https://doi.org/10.35925/j.multi.2020.3.35>