

## ÉPÜLETREZGÉSEK LÉZERINTERFEROMETRIKUS MÉRÉSE REZGÉSMENTES ASZTALRÓL

**Béres Miklós** 

mérnök-tanár, Miskolci Egyetem, Fizikai és Elektrotechnikai Intézet, Fizika Tanszék  
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: [mechbere@uni-miskolc.hu](mailto:mechbere@uni-miskolc.hu)

**Jenyó Tamás** 

villamosmérnök, Miskolci Egyetem, Fizikai és Elektrotechnikai Intézet, Fizika Tanszék  
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: [fizjetam@uni-miskolc.hu](mailto:fizjetam@uni-miskolc.hu)

**Paripás Béla** 

egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Fizikai és Elektrotechnikai Intézet, Fizika Tanszék  
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: [fizpari@uni-miskolc.hu](mailto:fizpari@uni-miskolc.hu)

### **Absztrakt**

Légrugókat tartalmazó passzív rezgésmentes asztalokra helyezett LDV (Laser Doppler Vibrometer) lézer interferométerrel belülről mértük a lézer laboratóriumunk falainak igen gyenge (kisebb, mint  $1\mu\text{m}$  amplitúdójú) rezgéseit. Az asztalok a saját rezonancia frekvenciájuk környezetében azonban nem gyengítik, hanem erősítik a környezetük rezgéseit, torzítva ezáltal az épület rezgés méréseket. A cikkben bemutatunk egy módszert, amellyel a mért frekvencia spektrumok korrigálhatók, a rezonancia mentes esetre átranzformálhatók.

**Kulcsszavak:** Lézer Doppler rezgésmérés, épület rezgések, Fourier-analízis

### **Abstract**

We measured very weak vibrations (less than  $1\mu\text{m}$  amplitude) of the walls of our laser laboratory from indoor by an LDV (Laser Doppler Vibrometer) laser interferometer placed onto passive anti-vibration tables containing compressed air springs. Around their resonance frequencies the tables, however, do not decrease but increase the vibrations of their surroundings, distorting hereby the building vibration measurements. In the paper we describe a method, by which the measured frequency spectra can be corrected, and can be transformed to the resonance free case.

**Keywords:** Laser Doppler vibrometry, building vibrations, Fourier analysis

### **1. Bevezetés**

Egy előző cikkben (Béres et al., 2021) beszámoltunk a Miskolci Egyetem egyik tanulmányi épülete (A/2) mikrorezgéseiről. A méréseket lézerinterferometrikus módszerekkel (LIMA: Laser Interferometric Motion Analiser és LDV: Laser Doppler Vibrometer) végeztük (Béres et al., 2016). Ezek a berendezések a lézerforrás és a lézerfényt visszaverő felület (itt falfelület) relatív mozgását mérik. A mérési eredmények tehát csak akkor mutatnák pontosan a fal rezgéseit, ha a lézerforrás egyáltalán nem mozogna. Mi ezt úgy próbáltuk elérni, hogy a műszert egy rezgésmentes asztalra helyeztük. Ez az asztal egy Nexus Breadboard (900 x 1800 x 110 mm) asztallapból (B90180N - Nexus Breadboard 2022) és

egy saját gyártmányú asztalkeretből áll. Az asztallap és az asztalkeret között légrúgók vannak, 4 db felfűjt kismotor belső gumi.

Az így kialakított passzív rezgésmentes asztal hatékonyan csökkenti a padló felől érkező rezgéseket, legalábbis a rajta elhelyezett LIMA különböző elemeinek relatív elmozdulása csendes környezetben bőven a 0,1  $\mu\text{m}$ -es méréshatár alatt marad (Béres et al., 2016). Nyilvánvaló azonban, hogy minden rendszer, amelyet rugalmas erők tartanak egyensúlyi helyzetben, bizonyos frekvenciákon rezonálni fog a környezet rezgéseire. Ennek a rezonancia frekvenciának a környezetében az asztal semmiképpen sem tekinthető rezgésmentesnek. Sőt rezonátorként viselkedve még erősítheti is a környezet rezgéseit. A függőleges mozgások tekintetében a rezonancia a légrúgók nyomásának igen finom szabályozásával eltüntethető lenne (B90180N - Nexus Breadboard 2022). A vízszintes komponensek ügye már nehezebb kérdés, ez a szakirodalomban már külön nevet is kapott (QZS = quazi zero stiffness) (Kim et al., 2013; Schenk és Guest, 2014). Ebben a cikkben erre – tehát a rezgésmentes asztal vízszintes irányú rezonanciájának eltüntetésére – teszünk egy kísérletet.

## 2. Az asztalok rezonancia görbéjének felvétele

Az asztalok rezonancia görbéjének felvételéhez szükség van egy szabályozható periodikus, harmonikusan változó gerjesztő erőre és egy pontos mérőberendezésre is. Ez utóbbi adott, az asztalon elhelyezett LDV eszköz erre a célra tökéletesen megfelel. Ez az eszköz az asztal és a fal relatív sebességét méri ugyan, de a rezonancia görbe felvétele során a rezgetett asztal amplitúdója a falét nagyságrendileg meghaladja. Másrészt az asztal szabályos rezgései a fal összetettebb rezgéseitől jól megkülönböztethetőek.

Az eredeti rezgésmentes asztalunk – amellyel a korábban szereplő (Béres et al., 2021) méréseket is készítettük – nem mozgatható, laboron kívüli méréseket ezzel nem tudunk végezni. Ezért elkészítettük az asztal egyszerűsített, lekicsinyített, mobil változatát. Ez egy légrúgókra helyezett betontömb, a 4 db légrúgó itt is felfűjt kismotor belső gumikat jelent, típusuk egyezik a nagy asztalnál használtakéval (1. ábra). Jelen munkában mindkét asztal rezonancia görbéjét felvettük.

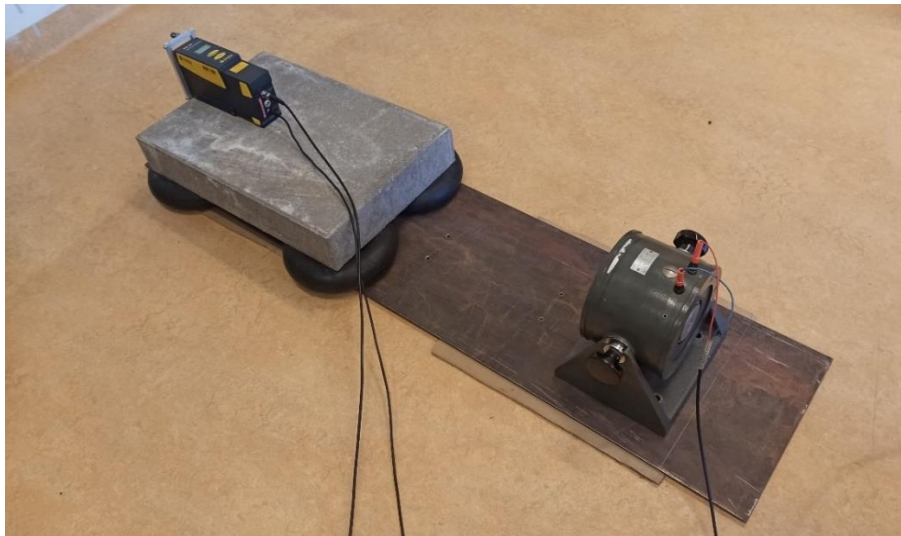
A gerjesztést egy mágnesesen mozgatott tömeget tartalmazó rázógéppel oldottuk meg (elektrodinamikus oszcillációs gerjesztés, RFT 11075), a mágnest egy változtatható frekvenciájú szinuszosan változó árammal tápláltuk. Az áram amplitúdója minden frekvencián ugyanaz az érték volt, tapasztalatunk szerint ez elmondható a mozgatott tömeg rezgési amplitúdójáról is. A rezonancia görbék felvételénél azonban a gerjesztő erő amplitúdóját kell állandó értéken tartani (Budó, 1968). A mi esetünkben gerjesztő erő nagysága a mozgatott testre ható erővel egyezik meg, amely erő

$$F = ma = mA\omega^2 \sin(\omega t)$$

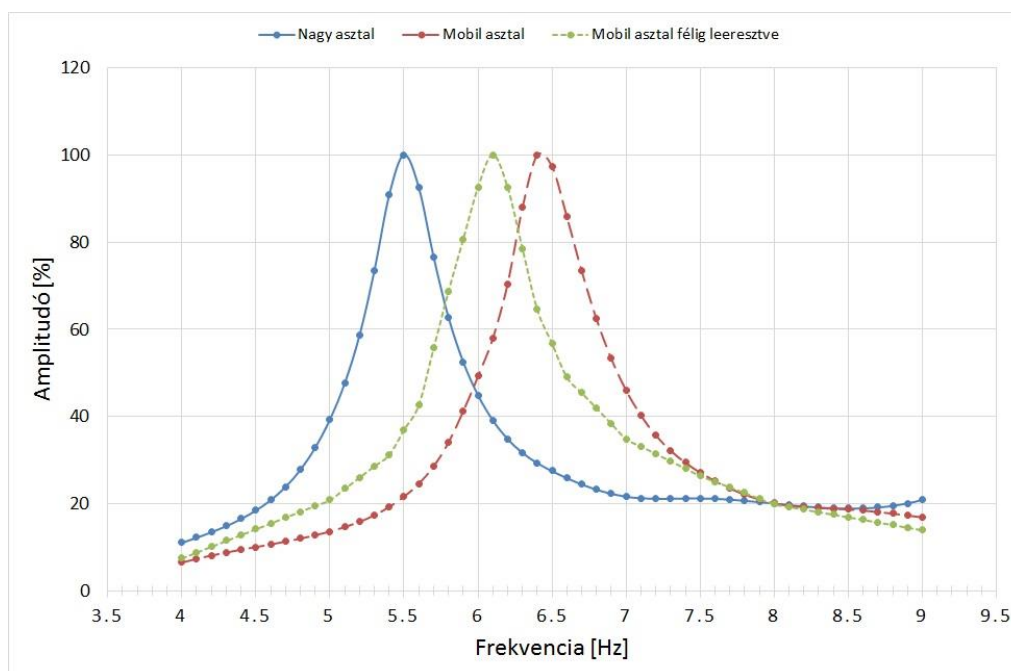
Azaz állandó amplitúdójú rezgetés esetén az erő a frekvencia négyzetével arányos. Vagyis ha az állandó gerjesztő erő amplitúdós esetet akarjuk tekinteni, akkor a kialakuló rezgések amplitúdóját majd  $f^2$ -tel osztani kell.

A nagy asztal rezonancia görbéjének felvétele során a rázógépet az asztalkeret egyik lábával hoztuk kontaktusba. A keret rezgései a légrúgókön keresztül adódtak át az asztallapnak, amelyen a mérőeszköz volt. Bármelyik láb használata esetén hasonló eredményeket kaptunk.

A mobil asztal rezonancia görbéjének felvételekor egy nagy fémlemez használtunk. Ennek egyik végére tettük az asztalt, a másikra a rázógépet. A fémlemez és a padló közé kartonpapírt helyeztünk (1. ábra).



**1. ábra.** A lekicsinyített, mobil rezgésmentes asztrunk a rázógéppel (jobb oldalt) és a kettőt összekapcsoló kartonpapírra helyezett vaslemezzel.



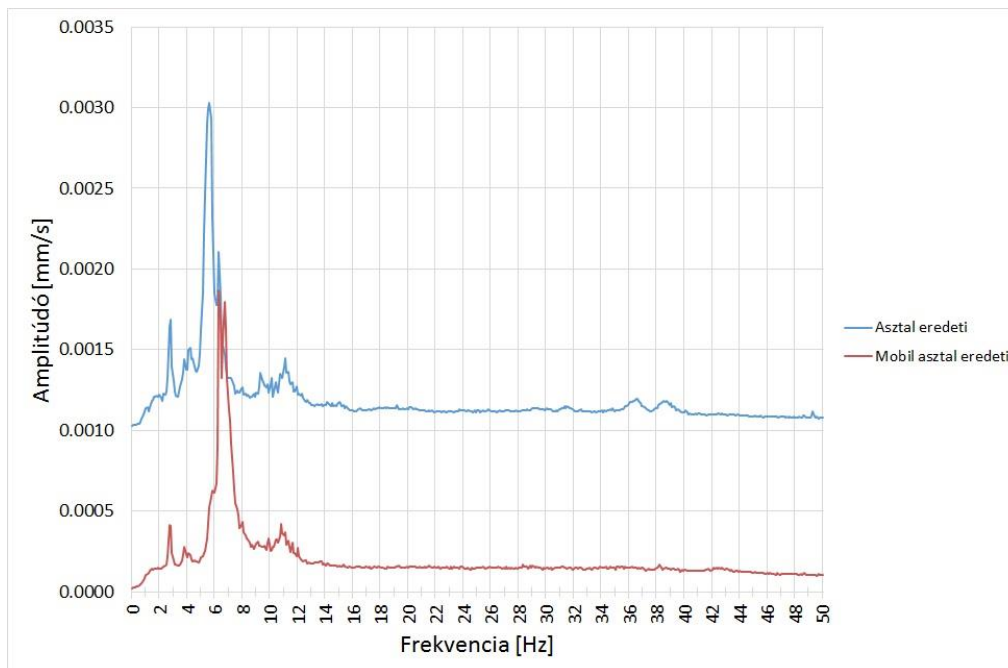
**2. ábra.** A rezgésmentes asztratok rezonancia görbéi: nagy laboratóriumi asztal (kék), mobil asztal (piros), mobil asztal félig leeresztett légrugókkal (zöld).

A bemutatott rezonancia görbéink már az állandó gerjesztő erő amplitúdós esetre átkonvertált adatokat tartalmaznak (2. ábra). A harmadik görbe azt az esetet mutatja, amikor a gumitömlőkben lévő levegő mennyiségét (kb. a felére) lecsökkentettük. A várakozásunknak megfelelően a puhább gumi

kisebb rúgóállandót ezáltal kisebb rezonancia frekvenciát eredményezett. Látható, hogy ez a drasztikus nyomáscsökkentés kb. 0,3 Hz-et tolt a rezonancia frekvencián. Azt gondoljuk, hogy a légrúgók nyomásának beállításakor ennél sokkal kisebb hibát követünk el, ami 0,1 - 0,2 Hz pontatlanságot okozhat a rezonancia frekvencia értékében. Ez nem túl nagy érték ugyan, de a különböző időpontokban (ezáltal különböző guminyomáson) felvett spektrumokban azért okozhat különbséget.

### 3. A falak rezgési spektrumai és azok korrekciója

A 3. ábrán a nagy rezgésmentes asztalra (felül) és a mobil kis asztalra (alul) elhelyezett interferométerekkel felvett frekvencia spektrumokat láthatjuk. A lézervény végig a fal adott pontjára esett, tehát az ábrák a lézer és a fal relatív sebességének frekvencia spektrumát mutatják. A két spektrumot kb. egy órás mérésekkel közvetlenül egymás után vettük fel. Látható, hogy néhány kisebb csúcs mindkét spektrumban megtalálható: 2,9 Hz, 4 Hz körüliek, 11 Hz körüliek. A legnagyobb amplitúdójú csúcsok éppen a 2. ábráról leolvasható rezonancia frekvenciák (a nagy asztal esetében 5,5 Hz, a mobil asztal esetében 6,5 Hz) közelében vannak. Ez alapján eléggé nyilvánvaló, hogy a 3. ábra legnagyobb csúcsai az asztalok rezonanciájának köszönhetőek.

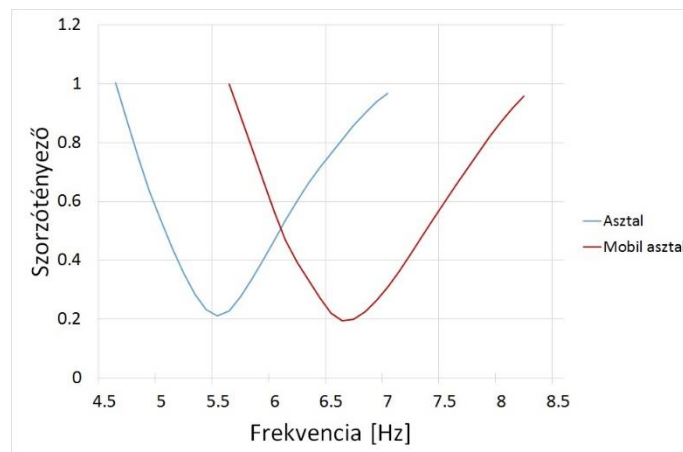


**3. ábra.** A nagy rezgésmentes asztalra (felül) és a mobil kis asztalra (alul) elhelyezett LDV interferométerekkel felvett frekvencia spektrumok.

A rezonanciafrekvencia környezetében az asztal felerősíti az épület rezgéseit, így az interferométer nagyobb amplitúdóval rezeg, mint a fal, ezért nagyobbak a relatív sebességek. Távolabbi frekvenciákon az asztal nem követi az épület rezgéseit, itt az interferométer pontosan a fal rezgéseit méri. E tartományok között lesznek frekvenciák, ahol az asztal és a fal kb. egyező amplitúdóval rezeg. Az interferométer természetesen nem fog nullát mérni, mert fáziseltérés lesz a két rezgés között, így ezeket a határoló frekvenciákat a spektrumból nem lehet egyszerű módszerrel kinyerni.

Első lépésben – próbaként - a határoló frekvenciákat a rezonancia görbe 20%-os amplitúdójához tettük. Ez a nagy asztal esetében 4,6 Hz, ill. 7,0 Hz, a mobil asztal esetében pedig 5,6 Hz, ill. 8,2 Hz értékeket jelentett. Ezen értékek között erősítik fel az asztrók a rezgéseket a rezonancia görbe menetének megfelelően, azaz a rezonancia frekvenciákon éppen ötszörösére. Megjegyezzük, hogy a rezonancia görbék a nagyfrekvenciás oldalon kb. 20%-ig csökkennek le, tehát ennél kisebb amplitúdóhoz tartozó határoló frekvenciákat nem tudunk választani. Ez azt is jelenti, hogy ötszörösnél nagyobb erősítés sem lehet a rezonancia frekvenciákon.

Az eredeti falrezgéseket pedig úgy kaphatjuk meg, hogy ezt az erősítést eltüntetjük a 3. ábrán szereplő spektrumokból. Ezt a határoló frekvenciák közötti sebesség adatoknak a rezonancia görbe reciprokának megfelelő súlyozásával érhetjük el. Tehát például a rezonancia frekvenciákon kb. 0,2 szorzótényezőt kell használnunk. A két asztal esetében alkalmazott szorzótényezőket a 4. ábrán mutatjuk. A görbék értelmezési tartományai alatti és fölötti frekvenciákon értelemszerűen nem korrigáljuk a mért spektrumokat.

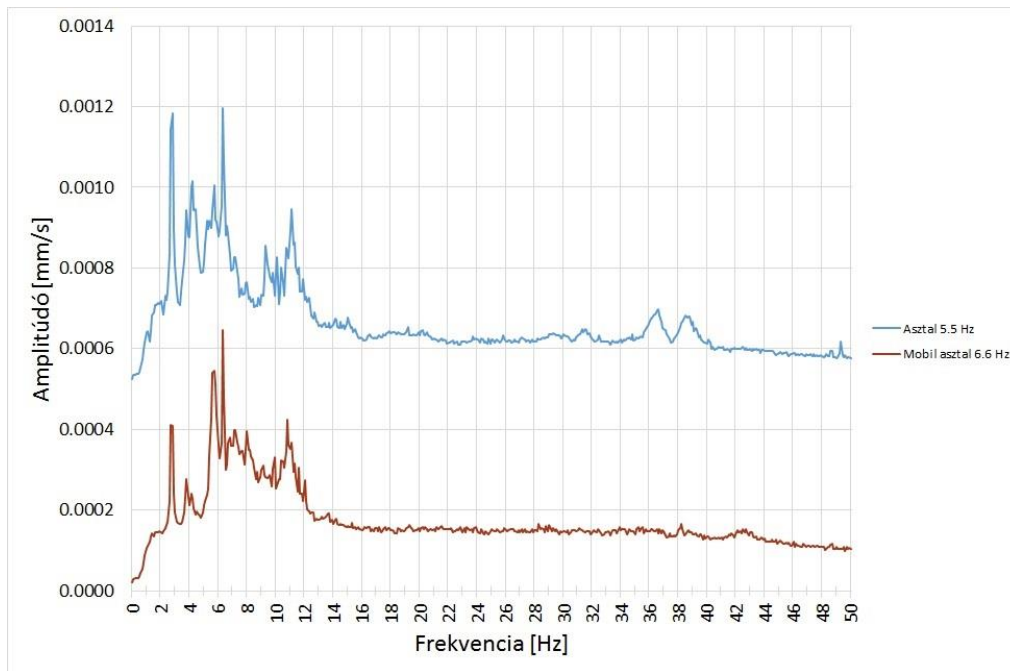


**4. ábra.** A 2. ábra adataiból származtatott, a rezgési spektrumok korrekciója során alkalmazandó szorzótényezők mindkét asztal esetében.

Az ábrán bemutatott szorzótényezők segítségével átranzformált spektrumokat az 5. ábrán láthatjuk. A transzformációval kb. eltüntetjük a rezonáló asztrók hatását, mondhatjuk, hogy ezek már „rezonanciátlanított” spektrumok.

Azt vártuk, hogy a különböző asztrók felvett, de átranzformált spektrumok már jobban fognak hasonlítani egymásra, mert mindkettő a tiszta falrezgéseket mutatja. Ez láthatóan be is következett, például mindkettőben kirajzolódott az 5,7 Hz és 6,3 Hz-en látható csúcspár. Ezek amplitúdója az igen jól elkülönülő 2,8 Hz-es csúcséhoz hasonló. Ugyanakkor maradtak különbségek is bőven. Például a 4 Hz körüli csúcsoakat a nagy asztralon lévő interferométer sokkal nagyobb mértékben méri, mint a mobil asztralon lévő. Lényeges különbség az is, hogy a 36 - 39 Hz-en lévő csúcspárt csak a nagy asztralon lévő műszer látja. Ezeknek a különbségeknek több oka is lehet. Minket legjobban az érdekel, hogy ezek mennyiben köszönhetőek az alkalmazott transzformáció pontatlanságának. Ennek eldöntése céljából megvizsgáltuk, hogy a fenti módszerrel végzett apró módosításoknak milyen hatása van a korrigált spektrumokra. Azt találtuk, hogy a maximális erősítés nagysága (amit ötszörösnek vettünk) és az ehhez tartozó 20%-os határ elég jól eltalált értékek, legalábbis a rezonancia frekvenciához képest (pedig azt megmértük). Ez ugyanis hosszabb idő távlatában néhány tized Hz-et csúszkál, ami talán a légrúgók

nyomásainak az ingadozásaira vezethető vissza. A 2. ábra grafikonjainak és a 3. ábra spektrumainak a felvétele között eltelt idő (néhány hét) alatt a nagy asztal rezonancia frekvenciája nem változott, de a mobil asztal rezonancia frekvenciája 6,4 Hz-ről 6,6 Hz-re nőtt, az 5. ábrán már az utóbbi korrekciós adatot használtuk.



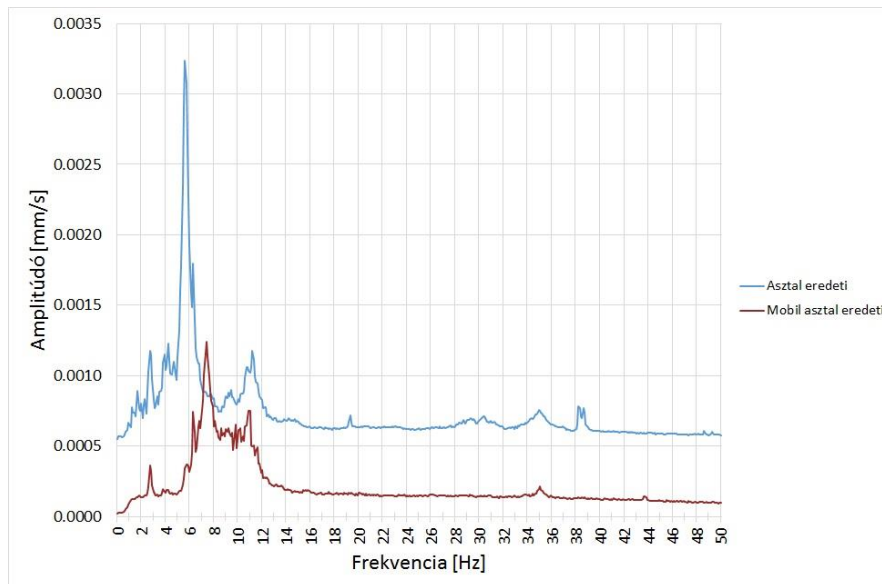
**5. ábra.** A tiszta falrezgéseket mutató (a szövegben leírt módon átranzformált (rezonanciátlanított)) spektrumok: nagy rezgésmentes asztrra (felül) és a mobil kis asztrra (alul) elhelyezett interferométerek adataiból.

Különbséget jelenthet az is, hogy a két interferométer a falnak más pontját látja, ezáltal a fal más rezgési módusait méri, bár az épületnek, mint egésznek a rezgéseit hasonlónak kellene mérnie. Harmadrészt a két grafikon nem is egy időben vettük fel, hanem közvetlenül egymás után, az épület rezgése közben változhatott is. Ez utóbbi lehetőség miatt néhány nappal később egy második pár mérést is végeztünk. A mérés előtt kiderült, hogy az egyik légrúgó szivárog, a benne lévő nyomás jelentősen csökkent. A hiba kijavításához természetesen szét kellett szedni a mobil asztrt. A légrúgó nyomásváltozása és az újbóli összerakás természetesen hatással lehetett az asztal rezonancia frekvenciájára is. A második méréspar primer adataiból (6. ábra) láthatjuk, hogy ez be is következett.

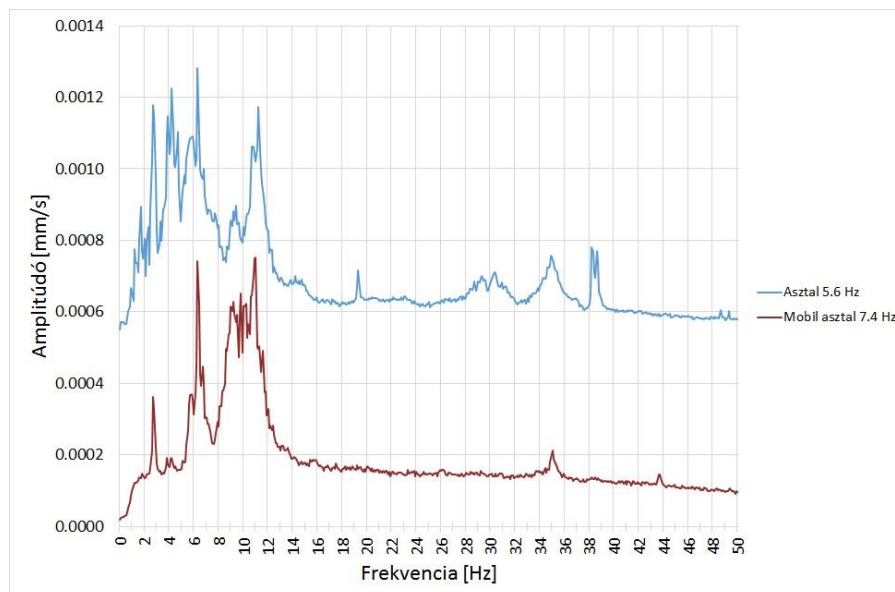
A 3. ábrához képest a legnagyobb változás kétségtelenül a mobil asztrali műszer által mért nagy csúcs eltolódása 6,6 Hz-ről 7,4 Hz-re. Ez a csúcs azonban sokkal kisebb (kb.  $1,2 \mu\text{m/s}$ ), mint a többi rezonancia csúcs (kb.  $2 \mu\text{m/s}$ ). Ez érthető is, mivel 7,4 Hz-en nincs valódi épület rezgés, a rezonancia csak a háttér erősíti.

A második mérésben kapott, tiszta falrezgéseket mutató átranzformált spektrumokat a 7. ábrán láthatjuk. Hasonlóan az első mérésekhez, itt is mindkét interferométer esetében jól látható a 2,8 Hz-es csúcs és az 5,7 Hz és 6,3 Hz-en látható csúcspár. A nagy asztralon lévő interferométer itt is sokkal nagyobbak méri a 4 Hz körüli csúcsokat és a 36-39 Hz-en lévő csúcspárt. Lényeges különbség viszont az, hogy a 9-11 Hz-en látható csúcshalmaz a második mérésben sokkal intenzívebb.





**6. ábra.** A második mérés során a nagy rezgésmentes asztrra (felül) és a mobil kis asztrra (alul) elhelyezett interferométerekkel felvett frekvencia spektrumok.



**7. ábra.** A második mérésben kapott, tiszta falrezgéseket mutató átranzformált spektrumok: nagy rezgésmentes asztrra (felül) és a mobil kis asztrra (alul) elhelyezett interferométerek adataiból.

#### 4. Összefoglalás, következtetések

A méréseink alapján egyértelmű, hogy az 5-7 Hz frekvencia tartományba eső csúcsoknak azért olyan nagy az amplitúdója, mert az asztrloknak (amelyekre az LDV interferométert helyeztük) ebbe a

tartományba esik a rezonancia görbéje. A rezonancia frekvenciákon az asztalok kb. ötször akkora amplitúdóval rezegnek, mint a falak. A frekvencia tartomány pedig – ahol az asztal még erősíti az épület rezgéseit - kb. 2,5 Hz szélességű. A tiszta falrezgések származtatásához ebben a tartományban csökkenteni kell a mért amplitúdókat a rezonancia görbe menetének megfelelően. A transzformáció után az érintett tartományban mindig kirajzolódik az 5,7 Hz és 6,3 Hz-en látható csúcspár. Közülük az asztalok mindig a rezonancia frekvenciájukhoz közelebb eső frekvenciájú csúcsot erősítik jobban: a nagy asztal az elsőt, a mobil asztal a másodikat. A 2,8 Hz-en lévő csúcsot nem érinti a transzformáció, mert távol van az asztalok rezonancia tartományától. Ez a csúcs a spektrumok domináns csúcsa, különösen akkor, ha a kitérés amplitúdókat ( $A$ ) tekintjük az ábrákon lévő sebesség amplitúdók ( $v_{\max}$ ) helyett. Mivel  $v_{\max}=A\cdot\omega$ , ezért pl. azonos sebesség amplitúdók esetén a 2,8 Hz-es csúcs kitérés amplitúdója kb. kétszerese az 5,7 Hz-es csúcénak. Úgy gondoljuk, hogy a 2,8 Hz lehet az  $A/2$  épületnek, mint egészen a rezgési (lengési) frekvenciája, míg a magasabb frekvenciák egyes épületelemek (falak, padlók) rezgését jellemezhetik. Irodalmi adatok is erre utalnak (GeoRisk dátum nélk.). Talán érdemes azt is megjegyezni, hogy a nagy rezgésmentes asztalon lévő LDV ezt a csúcsot mindig kb. kétszeresnek méri, mint a mobil asztalon lévő (kb.  $0,5\ \mu\text{m/s}$  ill.  $0,25\ \mu\text{m/s}$ ). Még a nagyobb értékhez is csupán  $0,03\ \mu\text{m}$  kitérésű amplitúdó tartozik. Ez mindössze néhány ezreléke a hajszál vastagságának és igen sok nagyságrenddel kisebb az ember által érzékelhető, esetleg kárt okozó rezgési amplitúdóknál (Rezgésmérés. Az emberre ható környezeti rezgések vizsgálata építményekben című szabvány. 1998).

## Irodalom

- [1] 2022. B90180N - Nexus Breadboard. Aug. 1.  
<https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=B90180N>
- [2] Béres, M., Majár, J., Rónai, L., Paripás, B. (2016). Precíziós sebességmérés lézerezferometrikus módszerrel. *Miskolci Egyetem Közleményei Multidiszciplináris Tudományok*, 6(1), 9–19. <https://ojs.uni-miskolc.hu/index.php/multi/article/download/122/118>
- [3] Béres, M., Jenyó, T., Majár, J., Paripás, B. (2021). A Miskolci Egyetem A/2 épülete rezgéseinek mérése lézerezferometrikus módszerekkel. *Miskolci Egyetem Közleményei Multidiszciplináris Tudományok*, 11(5), 195–205. <https://doi.org/10.35925/j.multi.2021.5.20>
- [4] Budó, Á. (1968). *Kísérleti fizika I.* Budapest: Tankönyvkiadó.
- [5] GeoRisk, Földrengés Kutató Intézet. dátum nélk. *Földrengések hatása épületekre*. Hozzáférés dátuma: 2022. 07 10.  
[http://www.foldrenges.hu/index.php?option=com\\_content&view=article&id=20:foeldrengesek-hatasa-epueletekre&catid=19&Itemid=23](http://www.foldrenges.hu/index.php?option=com_content&view=article&id=20:foeldrengesek-hatasa-epueletekre&catid=19&Itemid=23)
- [6] Li, J., et al. (2018). Six-beam homodyne laser Doppler vibrometry based on silicon. *Optics Express*, 26(3), 3638–3645. <https://doi.org/10.1364/OE.26.003638>
- [7] Kim, K. R., You, Y. H., Ahn, H. J. (2013). Optimal Design of a QZS isolator using flexures for a wide range of payload. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 14(6), 911–917. <https://doi.org/10.1007/s12541-013-0120-0>
- [8] 1998. Rezgésmérés. *Az emberre ható környezeti rezgések vizsgálata építményekben* című szabvány. Magyarország Szabadalom száma: MSZ 18163-2.
- [9] Schenk, M., Guest, S. D. (2014). On zero stiffness. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 228(10), 1701–1714. <https://doi.org/10.1177/0954406213511903>