

## MÉRŐPAD TERVEZÉSE TENGELY SAJÁTFREKVENCIÁINAK MEGHATÁROZÁSÁRA

Apáti Sándor 

PhD hallgató, Miskolci Egyetem

Szerszámgépeszeti és Mechatronikai Intézet, Szerszámgépek Intézeti Tanszéke  
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: [hgzb@uni-miskolc.hu](mailto:hgzb@uni-miskolc.hu)

Hegedűs György 

egyetemi docens, Miskolci Egyetem

Szerszámgépeszeti és Mechatronikai Intézet, Szerszámgépek Intézeti Tanszéke  
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: [hegedus.gyorgy@uni-miskolc.hu](mailto:hegedus.gyorgy@uni-miskolc.hu)

### Absztrakt

*A forgó mozgást végző tengelyek, gépelemek egyik működés közbeni fontos jellemzője a kritikus fordulatszám, mely a forgó mozgást végző összeállítás sajátfrekvenciájával függ össze. A valóságban a tengely rugalmas elem, amelyre, ha egy kiegyensúlyozatlan forgórészt szerelnek, a szögsebesség négyzetével és az excentricitással arányos centrifugális erő hat. Az ehhez köthető gerjesztő hatások káros rezgésekhez vezethet. A kritikus fordulatszámon a forgórész nyugtalanul viselkedik, a gép rezgéseinak amplitúdója megnövekszik. Tervezésnél gondoskodni kell arról, hogy a kritikus fordulatszámon a gép tartósan ne üzemelhessen. Az ilyen rendszerek kritikus fordulatszámának meghatározására léteznek mechanikai modellek, azonban pontosabb képet kapunk a valós tengely forgás közben fellépő rezonanciájának mérésével. A cikk egy ilyen mérőpadon végzett mérési eredményeket foglalja össze.*

**Kulcsszavak:** kritikus fordulatszám, tengely, sajátfrekvencia, mérőpad

### Abstract

*One of the important characteristics of rotating shafts and machine components during operation is the critical speed, which is related to the operating frequency of the rotating assembly. In reality, the shaft is a flexible element which, when an unbalanced rotor is mounted, is subjected to a centrifugal force proportional to the square of the angular velocity and the eccentricity. The excitatory effects associated with this can lead to harmful vibrations. At the critical speed, the rotor behaves restlessly, the amplitude of the machine's vibrations increases. When designing, it must be ensured that the machine cannot operate permanently at the critical speed. There are mechanical models for determining the critical speed of such systems, but a more accurate picture can be obtained by measuring the resonance occurring during rotation of the real shaft. The article summarizes the results of measurements carried out on such a measuring bench.*

**Keywords:** critical speed, shaft, natural frequency, measuring bench

## 1. Bevezetés

Forgó mozgást végző tengelyek tervezésénél ügyelni kell a rezgések csökkentésére, figyelembe véve azok forrásait. Ezenkívül figyelembe kell venni a rezgés intenzitását, a tengely kritikus sebességét, stabilitását és egyéb a rendszer tulajdonságait befolyásoló paramétereket. Az említett paraméterek hatásait különösen a kritikus fordulatszámokon kell vizsgálni, mivel a rendszer rezgési tulajdonságai jelentősen megváltoznak, amelyek a tengely károsodását, a forgó alkatrészek és a csapágyazások idő előtti tönkremenetelét okozhatják (Choong-Yul et al., 2008).

A tengelyek élettartamát befolyásoló rezgések közé tartoznak a különböző mértékű csavaró rezgések. A nagymértékű torziós rezgés károsíthatja a forgó berendezéseket, vagy azok meghibásodásához vezet, ami költséges leállásokat okozhat. Az átfogó torziós rezgéselemzés a tipikus módszer egy olyan torziós rendszer megtervezésére, amely kiküszöböli az ilyen problémákat. A torziós rendszer tervezésének követelményeit különböző szabványok definiálják, azonban bizonyos fokú bizonytalanság mindig jelen van az analitikai adatokban, a modellezési technikákban, valamint a gerjesztésre és csillapításra vonatkozó feltételezésekben (Wang et al., 2012).

A tengely torziós sajátfrekvenciáinak prediktív számítását a torziós rezonancia problémák elkerülése érdekében végezzük. Azonban gyakran kényes a megfelelő gerjesztési frekvenciák kiválasztása, valamint a modális csillapítási tényezők meghatározása, amelyeket figyelembe kell venni a számításnál. További pontatlanságot okoz, hogy a csapágyak rugalmasságát elhanyagolják a peremfeltételekben, ami az eredményeket bizonytalanná teszi. A gyakorlatban ezért gyakran hasznos a torziós sajátfrekvenciák kísérleti mérése a számítások validálása (Vasselin, 2013).

Minden rugalmas rendszerre jellemző a saját rezgéseinek periódusa, amelyet a merevsége és a saját tömege határoz meg. Ha egy ilyen rendszer a kiegyensúlyozatlan tömegek vagy más okok miatt változó erők és nyomatékok hatására kényszerrezgéseknek van kitéve, és ha ezen erők és zavaró momentumok változásának frekvenciája megegyezik a rezgések frekvenciájával vagy annak többszörösével, akkor a rezgések amplitúdója gyorsan növekszik, és rezonancia lép fel. A tengelyek esetében a hatóerők és a zavaró torziós nyomatékok függvényében hossz-, torziós és keresztirányú rezgések léphetnek fel. Gyakorlati szempontból leggyakrabban csak az utóbbi két rezgéstípusról van szó, mert általában a hosszirányú visszaállító erők nagyon nagyok, és a hosszirányú rezgések amplitúdója kicsi. A legtöbb esetben a keresztirányú rezgések a keresztirányú erők hatására lépnek fel, amelyek periodikusan ismétlődnek (Huang et al., 2015; Geonea et al., 2017).

A gyakorlatban előfordulnak olyan feladatok is, ahol az aszimmetrikusan koncentrált tömegű tengelyek (pl. fogaskeréktengelyek, kúpos zúzógépek főtengelyei) kritikus fordulatszámát kell meghatározni (Gorbatyuk et al., 2019).

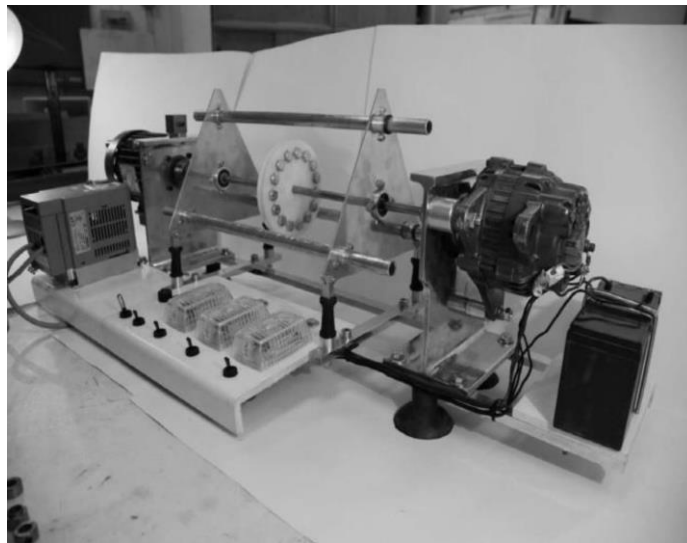
A torziós rezgések vizsgálatára analitikus módszerek is alkalmasak lehetnek. Egy hajócsavar erőátviteli tengelyének vizsgálatára két módszert dolgoztak ki, melyek közül az első, közelítő eljárásban a tengelyvonalat kéttömegű rendszerként modellezték. A második eljárásban a teljes rendszer több szabadságfokú problémáját *Rayleigh-Ritz* módszerrel oldották meg. A vázolt analitikai eljárások felhasználhatók a tengely torziós rezgéseinek becslésére a koncepcionális tervezési szakaszban, valamint a már üzemben lévő berendezésekre is (Senjanović et al., 2019).

Torziós rezgések eredendően jelen vannak minden forgó hajtásláncban. Rezonáns körülmények között a torziós rezgések jelentősen felerősíthetők. A torziós rezgés csökkentésének tipikus módszere, különösen rezonancia esetén, a torziós sajátfrekvenciák módosítása az alkatrész tervezésével. Általában a módosítás egyszerű módja a hajtásba beépített elemek torziós merevségének beállítása (Kinnunen et al., 2022).

A Miskolci Egyetem Szerszámgépészeti és Mechatronikai Intézetében rezgő rendszerek modellezésével és szimulációjával már korábban is történtek kutatások, melyeket gyakorlati mérésekkel is igazoltak (Rónai et al., 2020).

## 2. A mérőpad kialakítása

A bevezetésben áttekintett tanulmányok és kutatások alapján látható, hogy a forgó tengelyek kritikus fordulatszámának és a tengelyek különböző rezgéseinek vizsgálata kiemelkedően fontos feladat. Az általunk elvégzett kísérleti méréseket az 1. ábrán látható mérőpadon végeztük.



1. ábra. A próbapad felépítése.

Amint az 1. ábrán látható, a tengelyre egy tárcsa szerelhető a hossztengely mentén, amit tetszőleges pozícióban rögzíthetünk a tengelyre. A tárcsán  $15 \times \varnothing 150 \times M8$  menetes furat található, ennek segítségével a forgó tengelyre szerelt tömeg helyezhető, aminek következtében a rendszer tehetetlenségi nyomatéka és kiegyensúlyozatlansága változtatható. A tárcsa tömege és tehetetlenségi nyomatéka, valamint a tengelyen való elhelyezkedése a tengely sajátfrekvenciáit befolyásoló paraméterek. A tárcsa kiegyensúlyozatlansága biztosítja a gerjesztő hatásokat a tengely forgásakor.

A próbapad hajtását egy 300 W teljesítményű villanymotor biztosítja, amelynek fordulatszámát fokozatmentesen szabályozhatjuk egy frekvenciaváltó segítségével  $0-5000 \text{ min}^{-1}$  tartományban. A hajtáslánc terhelését egy 500 W teljesítményű autógenerátor biztosítja, amit további 3 db 25 W teljesítményű kiegészítő terheléssel növelhetünk diszkrét lépésekben. A próbapad üzemelésekor a mérések regisztrálását és a mérési adatgyűjtést egy *Hottinger Baldwin Messtechnik Ltd.* mérési adatgyűjtő rendszer biztosítja. A mérés alapja egy *Spider8* berendezés, ami egy többcsatornás PC mérőelektronika párhuzamos, dinamikus mérési adatok számítógépes gyűjtésére. A *Spider8* kompakt kivitelben tartalmazza mindazt, ami a méréshez szükséges. Az ilyen mérőrendszer nem igényel további csatlakozási és vezetékezési telepítéseket, sem nagy konfigurációs előbeállításokat. A mért adatok feldolgozását és közvetlen megjelenítését egy *CATMAN EASY* mérőszoftver teszi lehetővé. A rendszer számos előkészített mérőprogramot kínál a felhasználó számára értékelő diagramokkal, ami meggyorsítja a mért adatok kiértékelését. A terhelőpadon elhelyezett tengely hajlítórezgését kétféle

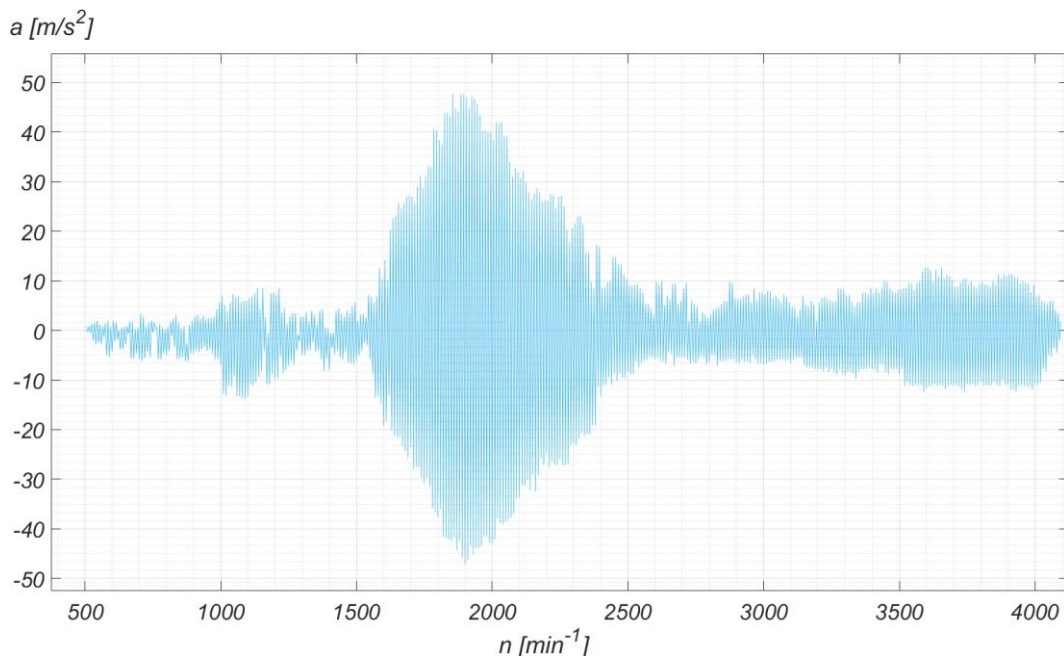
módon mérhetjük. Az egyik módszernél egy piezoelektromos gyorsulás-mérővel mérhetők a terheléskor fellépő értékek három tengely mentén, amiket az állvány két véglemezén rögzítünk. A másik mérési módszernél 4 darab nyúlásmérő bélyeggel létrehozott teljes híd méri a rezgés hatására bekövetkező alakváltozásokat. Méréskor a tengely sajátfrekvenciáihoz viszonyított szögsebességtől függően a jelátalakítók a rezgés amplitúdójával arányos elektromos jelet hoznak létre. A tengely sajátfrekvenciái a tengely fordulatszámának növelésével és a rezgés amplitúdójának ellenőrzésével mérhetők. A sajátfrekvencia (vagy a kritikus fordulatszám) azon a szögsebességen van, amelynél a rezgés maximális értéke alakul ki.

### 3. Mért eredmények

A méréseket többféle elrendezésben végeztük, melyek során mértük a piezoelektromos gyorsulásmérő  $x$  irányú gyorsulását, valamint a rezgésamplitúdó nagyságát a fordulatszám függvényében. A piezoelektromos gyorsulás-mérőt és a nyúlásmérő bélyegeket úgy rögzítettük, hogy azok mérési iránya azonos legyen ( $x$  irány). A tengely és a tárcsa elrendezését kétféle módon valósítottuk meg, ezeket a következő alfejezetek ábrái szemléltetik.

#### 3.1. I. Mérési eredmény

Ebben a mérési elrendezésben a tárcsát a tengely hosszának 1/3-ánál rögzítettük, a tárcsa menetes furataiba a kötőelemeket beszereltük, így a tárcsa szerelt tömege 300 g volt. A mérési eredmény azt mutatja, hogy a maximális rezgés gyorsulás  $1950 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámnál éri el a legnagyobb értéket. A rezgésamplitúdó nagyságára az elmozdulással arányos nyúlásmérőbélyegek által szolgáltatott elektromos jelből lehet következtetni.

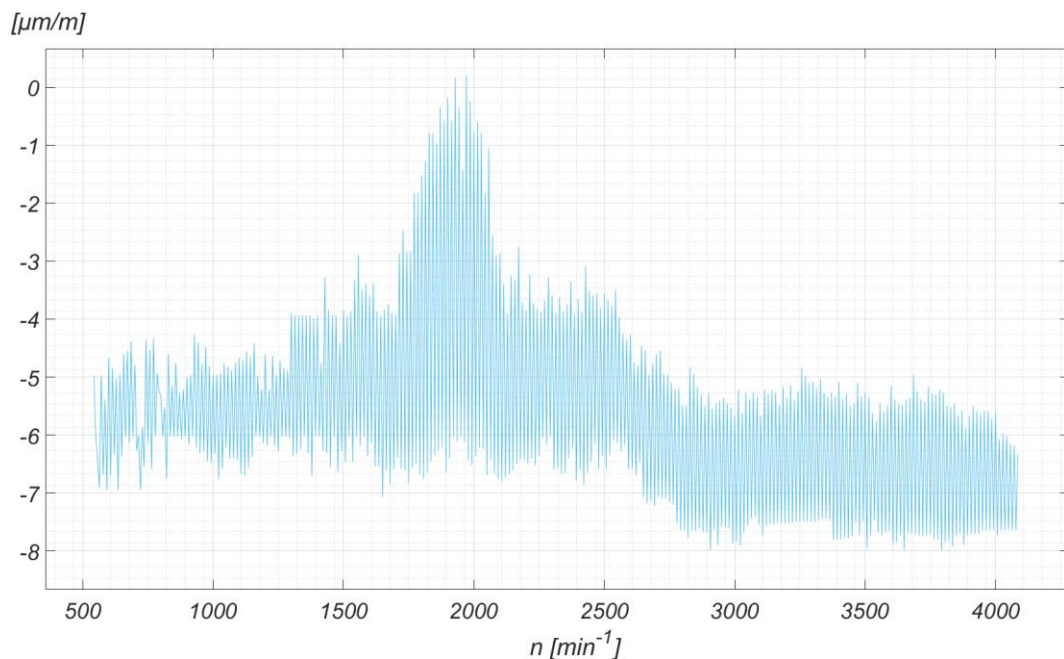


2. ábra. A rezgés gyorsulás a fordulatszám függvényében (I. mérés).

A mérési eredmény azt mutatja, hogy a maximális rezgésyorsulás  $1950 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámnál alakul ki. A rezgésamplitúdó nagyságára az elmozdulással arányos rozetták által szolgáltatott elektromos jelből lehet következtetni.

A 2. ábra a rezgésyorsulás mérési eredményét mutatja a fordulatszám függvényében. A mérést úgy végeztük, hogy a tárcsát a tengely hosszának  $1/3$ -ánál rögzítettük, és 3 darab kötőelemet kisereltünk a tárcsáról, ami mérsékelt kiegyensúlyozatlanságot és csökkentett tömeget eredményezett.

Az ábrán látható, hogy a csökkentett tömeg miatt a sajátfrekvencia magasabb fordulatszámon ( $\sim 2000 \text{ min}^{-1}$ ) keletkezett és a megnövekedett gerjesztő hatások miatt a rezgés amplitúdója a kritikus fordulatszám átlépése után minimálisan csökken.

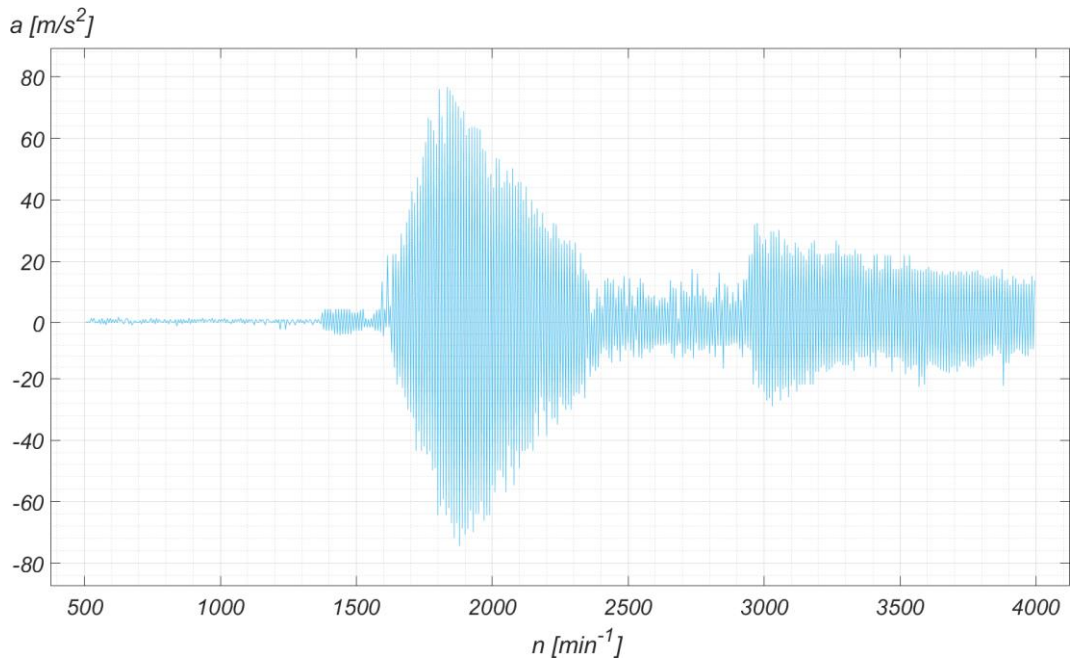


**3. ábra.** A rezgés amplitúdója a fordulatszám függvényében (I. mérés).

A 3. ábra a rezgésamplitúdó mérési eredményét mutatja a fordulatszám függvényében. Látható, hogy magasabb fordulatszámnál a mérési eredmény bizonytalan rezgési tartományt mutat. Ennek oka az lehet, hogy a teljes szerkezetet érte a gerjesztő hatás.

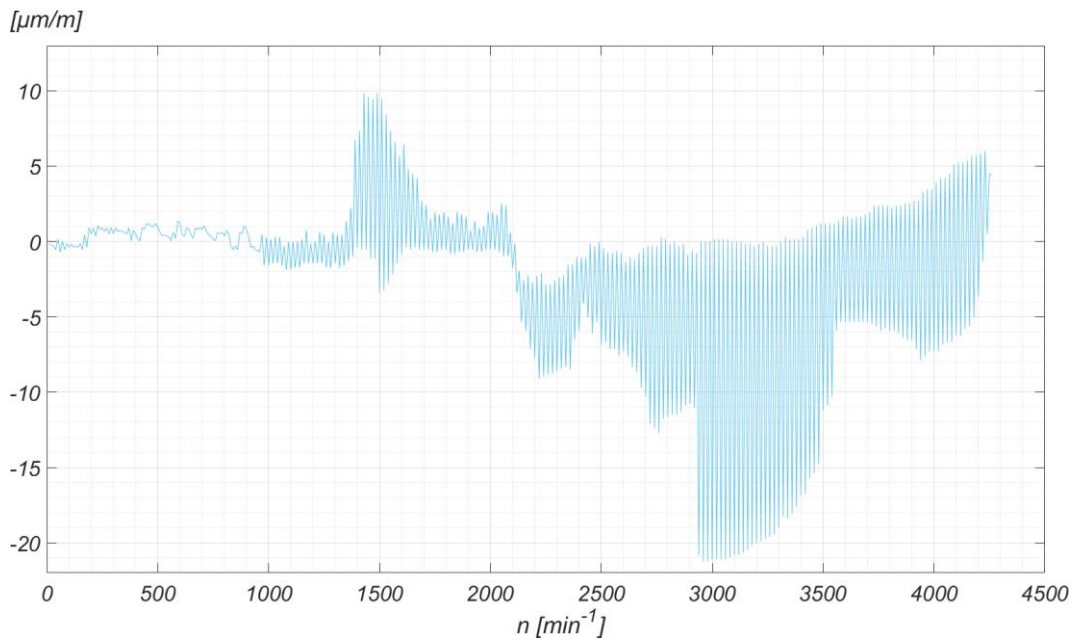
### 3.2. II. Mérési eredmény

Ebben az esetben a mérés elrendezése megegyezik az előző esetben ismertetett méréssel. A mért rendszer azonban abban különbözik az előzötől, hogy itt tárcsa kiegyensúlyozatlan és  $290 \text{ g}$  tömegű. A 4. ábrán látható, hogy a maximális rezgésyorsulás értéke már  $\sim 1800 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámnál megjelenik és a kitérés enyhe növekedése  $\sim 3300 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámtól megfigyelhető.



4. ábra. A rezgésgyorsulás a fordulatszám függvényében (II. mérés).

Az 5. ábra a nyúlásmérő bélyegek alkotta mérőhíd által regisztrált mérési eredményt szemlélteti ugyanarra a mérési elrendezésre.

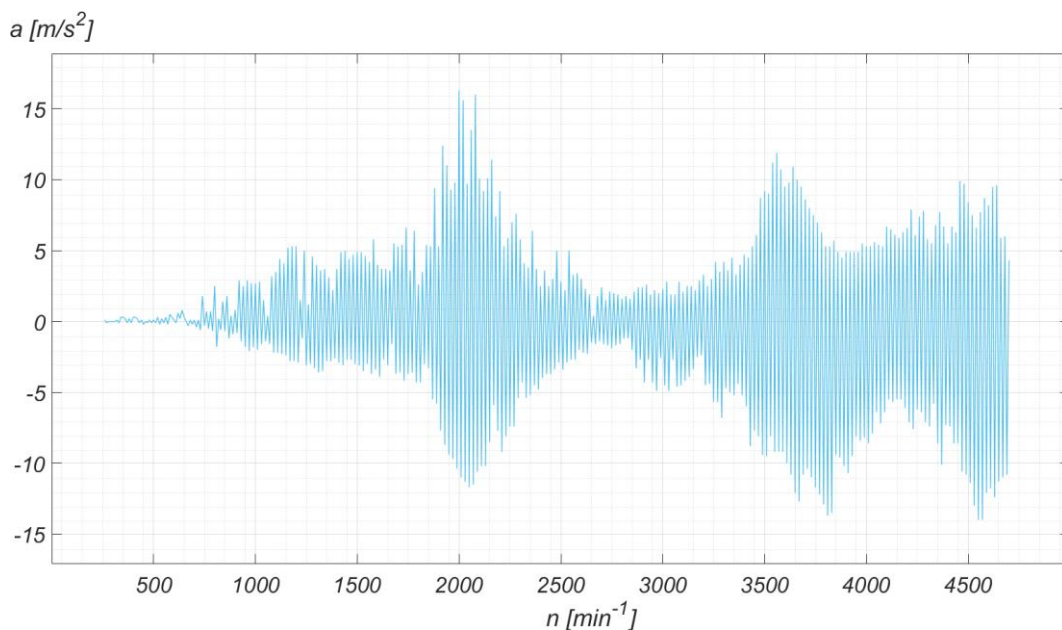


6. ábra. Rezgésamplitúdó a fordulatszám függvényében (II. mérés).

Megfigyelhető, hogy ennél a konfigurációnál is  $\sim 1800 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámnál jelentkezik a legnagyobb rezgéskitérés. A 2. és 3. ábrákkal összehasonlítva a mérési eredmények nagyobb és szabálytalanabb rezgésyorsulást és rezgéskitérést mutatnak, ami azzal magyarázható, hogy a kötőelemek eltávolításával a szíjtárcsa kiegyensúlyozatlanná vált, ami jelentősen növelte a tengely rezgését. Ezen az ábrán is látható, hogy  $\sim 3300 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámnál megjelenik a mért maximális érték, amelynél a rezgéscsúcsok jelentkeznek.

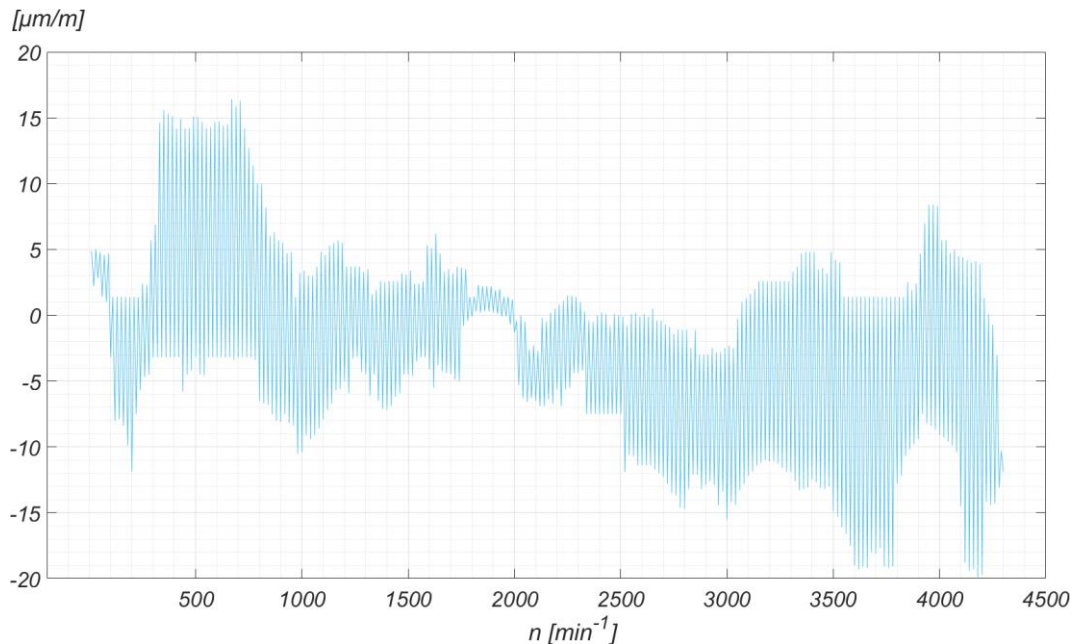
### 3.3. III. Mérési eredmény

Ebben a mérési elrendezésben az  $x$  irányú gyorsulást mutatja a sebesség függvényében



**6. ábra.** A rezgésyorsulás a fordulatszám függvényében (III. mérés).

Az előző ábrán jól láthatóak a rezgésmaximumok. A rezgésyorsulásmérő által rögzített grafikonon látható, hogy  $\sim 3500 \text{ min}^{-1}$  és  $\sim 4700 \text{ min}^{-1}$  tartományban több maximális gyorsulás is van. A nyúlásmérő bélyegek által detektált mérési eredményeket a 7. ábra szemlélteti. Megfigyelhető, hogy a nyúlásmérő bélyegek által regisztrált diagram egy kicsit pontosabb képet ad arról, hogy hol vannak azok a frekvenciák, ahol a rendszer rezonanciára hajlamos. Látható, hogy a gyorsulás és a rezgésértékek növekedése már alacsonyabb sebességeknél jelentkezik. Ebből arra lehet következtetni, hogy az excentrikus tárcsa a két tengelykapcsoló felénél helyezkedik el, befolyásolja a tengely rezgési viszonyait, mint amikor a csapágytartóhoz egyharmadánál közelebb helyezték el.



7. ábra. Rezgésamplitúdó a fordulatszám függvényében (III. mérés).

Az elmozdulás - fordulatszám diagram azt mutatja, hogy a rezgéscsúcsok alacsony fordulatszámon már  $\sim 1000 \text{ min}^{-1}$  körül jelentkeznek.

#### 4. Összefoglalás

Ebben a cikkben bemutattuk egy forgó tengely rezgésállapotának mérésére alkalmas mérőpad felépítését és működési módját, valamint a mérési eredmények kiértékelését. A mérőpad kialakításának célja a tengelyt gerjesztő hatások által kialakuló rezgés mérése volt. A kiegyensúlyozatlanság és a tárcsa helyzetének hatása a rezgési jellemzőkre a diagramokon látható. Az is megfigyelhető, hogy magasabb fordulatszámon az ábrázolt rezgés szabálytalan alakot mutat. Ennek oka az, hogy az egész szerkezetet érik a gerjesztő hatások.

#### Irodalom

- [1] Choong-Yul, S., Young-Hyun, R., Kang-Su, L. (2008). A study on the vibration characteristics of critical speed for rotor shaft. *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, 18, 961–971. <https://doi.org/10.5050/KSNVN.2008.18.9.961>
- [2] Wang, Qingyu; Feese, Troy D.; Pettinato, Brian C.: *Torsional Natural Frequencies: Measurement Vs. Prediction*, 2012 Proceedings of the Forty-First Turbomachinery Symposium, September 24-27, 2012, Houston, Texas. <https://doi.org/10.21423/R1RM09>
- [3] Vasselín, J.-L.: *Practical methodologies for on-site measurements of torsional natural frequencies – application to industrial cases*, 2013 Surveillance 7 International Conference, October 29-30, 2013, Chartres, France.



- [4] Huang, Z., Han, B. (2015). Effective approach for calculating critical speeds of high-speed permanent magnet motor rotor-shaft assemblies. *IET Electric Power Applications*, 9, 628–633. <https://doi.org/10.1049/iet-epa.2014.0503>
- [5] Geonea, I., Dumitru, N., Margine, A. (2017). Analytical and numerical study of critical speed for right shafts. In Herisanu, N., Marinca, V. (Eds.) *Acoustics and Vibration of Mechanical Structures—AVMS-2017. Springer Proceedings in Physics* (vol. 198., pp. 411-417). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-69823-6\\_49](https://doi.org/10.1007/978-3-319-69823-6_49)
- [6] Gorbatyuk, S., Kondratenko, V., Sedykh, L. (2019). Influence of critical speed when working shafts with asymmetrically located monolithic weighting on the accuracy of work surfaces. *Materials Today: Proceedings*, 19, 2117–2120. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.07.222>
- [7] Senjanović, I., Hadžić, N., Murawski, L., et al. (2019). Analytical procedures for torsional vibration analysis of Ship Power Transmission System. *Engineering Structures*, 178, 227–244. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.10.035>
- [8] Kinnunen, K., Laine, S., Tiainen, T., Viitala, R.: Method for adjusting torsional natural frequencies of powertrains with novel coupling design. *Machines*, 10, 162. <https://doi.org/10.3390/machines10030162>
- [9] Rónai, L., Lénárt, J., Szabó, T. (2020). Vibration Measurement of a Screening Machine. *International Journal of Engineering and Management Sciences*, 5(3), 116–123. <https://doi.org/10.21791/IJEMS.2020.3.12>