

FOGASKERÉK-PROFILPONTOK LÉTREHOZÁSA PROFILELTOLÁS-TÉNYEZŐ ALKALMAZÁSA SORÁN

Pintér Ádám Sándor 

MSc hallgató, Miskolci Egyetem, Szerszámgépészeti és Mechatronikai Intézet,
Robert Bosch Mechatronikai Intézeti Tanszék
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: pinter.adam.1998@gmail.com

Sarka Ferenc 

egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Intézet
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: ferenc.sarka@uni-miskolc.hu

Absztrakt

A gépészeti hajtástechnika területén a fogaskerék-hajtások a mai napig nagyon elterjedt megoldások. A 3D-s technológiák egyre nagyobb térhódítása miatt fontos, hogy a fogaskerek CAD-modelljeinek létrehozásával is foglalkozzunk. A publikáció azt vizsgálja, hogy hogyan lehetséges profileltolt fogaskerek modelljét megalkotni úgy, hogy az evolvens ív profilpontjainak koordinátáit határozzuk meg. Ezt felhasználva 3D-s tervezőrendszerben megalkotjuk a kész gépelemet. Több lehetőséget is megvizsgálunk, hogy az egyes számítások milyen pontossággal közelítenek a valós adatokhoz, ezzel értékelve az egyes módszereket. A számítások, ha megfelelőnek bizonyulnak, későbbiekben további vizsgálati területek (például vége-selemes) alapját képezhetik.

Kulcsszavak: fogaskerék CAD-modell, profileltolós fogazat, evolvens profilpontok, fogszög

Abstract

Gear drives are still very common solutions in the field of mechanical drive technology. Due to the increasing prevalence of 3D technologies, it is important to also deal with the creation of CAD models of gears. The publication examines how it is possible to create a model of profile shifted gears by determining the coordinates of the profile points of the involute arc. Using this, we create the machine element in a 3D design system. We examine several options to see how accurately the individual calculations approach the real data, thus evaluating the individual methods. The calculations, if they prove to be adequate, can later form the basis of additional areas of investigation (e.g. finite element).

Keywords: gear CAD model, profile shifted teeth, involute profile points, tooth angle

1. Bevezetés

A fogaskerék-hajtások a hagyományos gépészeti hajtástechnikában igen jelentős területet fednek le. Nincsen ez másképpen a járműgyártás területén sem. A cikk szerzőinek célja az, hogy meghatározzák, hogy profileltolás-tényező alkalmazása során hogyan módosul a fogprofil, és ennek a változásnak a fogaskerékmodellek megalkotása során használt profilpontok kiszámítására is egy megoldást adjanak.

A profileltolás alkalmazása egy valós ipari feladat során merült fel. Egy fogaskerék-hajtás egyik kerekének cseréje vált esedékessé. A kerek alapprofilszöge 21° -os. Sajnos az elérhető fogazóüzemek, csak 20° -os alapprofilszögű kerek gyártását vállalják. Ebből adódott az a feladat, hogy eltérő

alapprofilszögű fogaskerekkel kellett volna kapcsolatot megvalósítani. Felmerült a kérdés, hogy profileltolást alkalmazva létre lehet-e hozni olyan fogprofil, amely egy profileltolás nélküli, eltérő alapprofilszögű fogaskerék profiljával kisebb-nagyobb mértékben megegyezik. Esetünkben a vizsgálat során egy 21° -os alapprofilszögű fogaskerékhez kell megalkotni egy hasonló profilt, amely profileltolással készült, és az alapprofilszöge 20° -os.

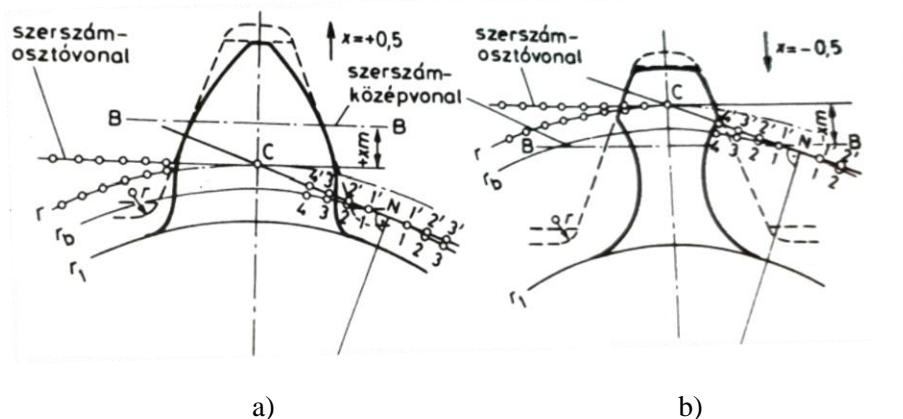
A cikkben meghatározzuk, hogy milyen lehetőségeink vannak arra, hogy egy már korábban megalkotott Excel-számolótáblát (Pintér és Sarka, 2021) átalakítsunk úgy, hogy a profileltolás hatását is figyelembe vegye, majd e táblázatok által számolt eredményeket CAD-modellek segítségével ellenőrizzük.

Arra is közelítést adunk, hogy a számításunk során bevezetett közelítésekkel milyen problémák merülnek fel, és ez a későbbiekben hogyan befolyásolhatja az eredményünk pontosságát. Továbbá fejlesztési irányokat is meghatározunk, amely által jobb eredményeket, illetve egyszerűsített lépéseket végezhetünk mind a számítás, mind a modellalkotás terén.

2. A profileltolás általános áttekintése

Elmondhatjuk, hogy a profileltolás egy olyan módszer, amelynek következtében megváltozik az evolvens ívdarab. Így tehát az elemi fogazathoz képest eltérő, kintebb, vagy bentebb lévő evolvens ívdarabot használunk fel a kapcsolódáshoz. A profileltolást alapvetően akkor alkalmazzák, ha fennáll az alámetszés jelensége, alkalmazva elkerülhető, hogy alámetszett fogat hozzunk létre akkor, amikor profileltolás nélkül már ilyen alakulna ki a megmunkálás során. További előnyei is vannak a profileltolás alkalmazásának (Zsáry, 2008), mint például a jobb csúszási és kopási viszonyok elérése, megadott tengelytáv betartása, és a nagyobb teherbírás megvalósítása.

Akkor beszélhetünk profileltolt fogazatról, ha a gyártás során, a fogaskerék osztókörén nem a szerszámközépvonal gördül le. Az értéket a szerszámközépvonal és szerszámosztóvonal közötti távolság különbsége adja meg. Kétféle lehetőségéről beszélhetünk, az egyik az, amikor az elemi fogazat gyártási helyzetéhez képest a profilt a kerék tengelyvonalához képest kifelé mozdítjuk (Zsáry, 2008), ez pozitív profileltolást eredményez. A másik lehetőség, ha ellenkező irányba mozdítjuk el, tehát befelé, így alakul ki a negatív profileltolás. A profileltolás hatását az *1. ábra* szemlélteti. Az ábrán mind a pozitív, mind a negatív profileltolásnak a fog alakjára gyakorolt hatása megfigyelhető.



1. ábra. A fogaskerek jellemző geometriai méretei (Zsáry, 2008)
a) pozitív profileltolás, b) negatív profileltolás

3. A profileltolás hatását figyelembe vevő számolótábla készítése

A korábbi kutatások során (Pintér és Sarka, 2021) alkalmazott számolótábla már nem alkalmas, hogy a profileltolás hatását is figyelembe vegye. Így létre kell hozni egy új táblázatot, amely segítségével a profilpontokat számítani lehet. Ehhez szintén a korábban már meghatározott fogaskerék adatait használjuk, tudva, hogy azok az adatok helyesek, így az ellenőrzésre is használhatjuk őket.

Ismertetésképpen röviden összefoglalva, az eddigi kutatások során 17 fogú fogaskerekeket vizsgáltunk, 3 mm-es modullal, illetve az alapprofilszög 20°-os és 21°-os értékkel rendelkeztek. Most is ezt a fogaskereket szeretnénk megalkotni, még hozzá úgy, hogy a 21°-os alapprofilszögű elemi fogaskerék fogának evolvens ívét szeretnénk megközelíteni úgy, hogy a 20°-os alapprofilszögű fogaskeréken profileltolást alkalmazunk.

A profileltolásnál használatos összefüggések segítségével néhány alapadat kiszámítása könnyen elvégezhető. Ilyen adat a fejkörátmérő-nagyság, lábkörátmérő, illetve az osztóköri fogvastagság értéke. Az összefüggések, amelyeket alkalmazunk a profileltolás esetére, mind számolnak a profileltolás tényező értékével. A profileltolás tényező értékét a modullal megszorozva, kapjuk a profileltolás értékét. Ezt követően a profilpontok meghatározása a fontos lépés, hogy a tervező rendszerben fel tudjuk használni a pontokat, a CAD modellek megalkotásához.

3.1. A Zsáry-féle módszer vizsgálata

Alapvetően az evolvens szakasz kiszámítása eddig úgy történt, hogy az alapkörön legördített egyenes megadta az evolvens ív koordinátákat, a kiszámított átmérők segítségével pedig meg lehetett határozni az ívnek azt a szakaszát, ami számunkra a fogprofilnál szerepet játszott. Azonban jelenleg a profileltolást figyelembe véve, különböző értékek esetén nemcsak az evolvens ív, hanem annak elhelyezkedése és az átmérők is változnak. Tehát megoldást kell találni arra, hogy milyen módszerrel lehet meghatározni az evolvens ív pontjait.

Az irodalmak áttekintése során (Zsáry, 2008), az abban, a fogvastagság meghatározására szolgáló összefüggés egy jó kiindulást jelent. Lehetőség van tetszőleges r_y sugáron a fogvastagságot kiszámítani profileltolás esetén (1) összefüggéssel:

$$s_y = 2 \cdot r_y \left[\frac{1}{z} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot m \cdot \tan \alpha \right) - (inv\alpha_y - inv\alpha) \right] \quad (1)$$

Vagyis, ha (1) összefüggés segítségével elég sok sugárhoz tartozó fogvastagságot ki tudunk számítani, akkor abból már van esély, hogy az evolvens ív koordinátáit is ki lehet nyerni, valamilyen számítás segítségével.

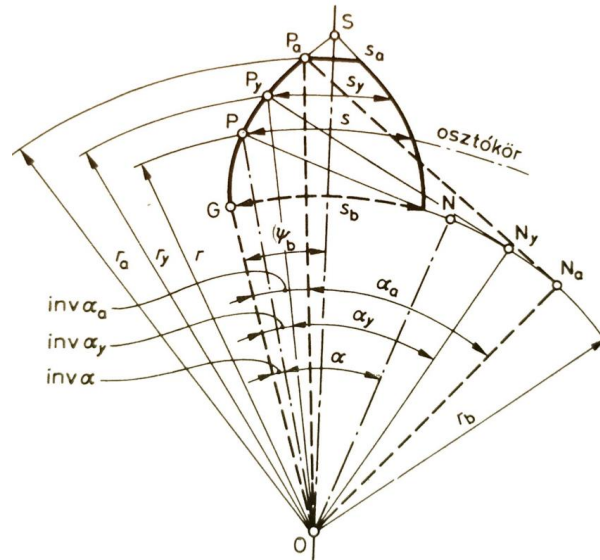
Az összefüggésben a legtöbb paramétert ismerjük, vagy könnyen meg tudjuk határozni. A sugárértéket a kiszámolt két jellemző átmérő közötti tartomány felosztásával megkapjuk. A további két ismeretlent, az involut függvényekben szereplő szögértékeket is tudjuk számítani, a következő módon:

$$\cos \alpha_y = \frac{r}{r_y} \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

$$inv\alpha = \tan \alpha - \alpha \quad (3)$$

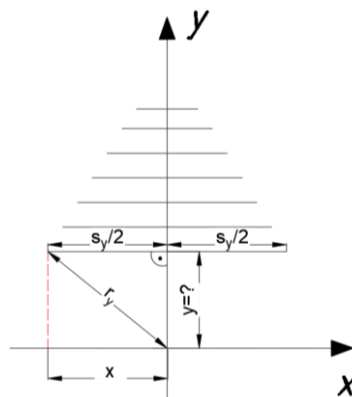
Tehát összességében elmondhatjuk, hogy minden paramétert ismerünk ahhoz, hogy tetszőleges sugárhoz tartozó fogvastagságot számolni tudjunk. Így a számolótáblázatot el is készítjük a fentebb

meghatározott profilelt fogaskerékhez. A táblázat elkészítése során a szögértékeket felvesszük, majd ezek segítségével számítjuk ki a koordinátaértékeket. A szögekhez magyarázó ábra a 2. ábra.



2. ábra. Tetszőleges sugárhoz tartozó fogvastagság (Zsáry, 2008)

A fogvastagságok felhasználásával már meg tudjuk határozni a koordinátaértékeket is. Ha egy koordináta-rendszerben ábrázoljuk a fogvastagságokat, és ezen értékek középre illesztjük a tengelyt, akkor a fogvastagság-értékek fele megadja az x tengelymetszeteket, így az első koordináta máris adódik. Ehhez már csak az y tengelymetszeteket kell meghatározni. A 3. ábra segítségével vizsgáljuk meg, hogy hogyan is lehet számítani az értékeket.



3. ábra. Az y koordináta kiszámítása

Természetesen, ahogy az ábrán is látszik, egy közelítéssel élünk ebben az esetben, mivel a fogvastagság ívhosszait, egyenesekkel helyettesítjük. A közelítés értékére a későbbiekben ellenőrzést is végzünk, hogy ezzel mekkora százalékos hibát vétünk a pontos adathoz képest, amelyet tervezőrendszerben történő kiserkesztés segítségével kapunk majd meg.

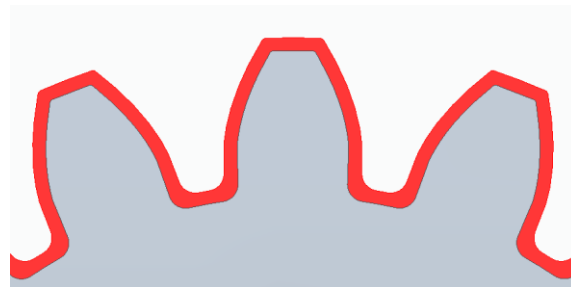
A 3. ábra alapján tehát ismert számunkra egy derékszögű háromszög, amelynek átfogója egy kiválasztott sugárérték, az egyik befogója pedig a számított fogvastagság fele, a megadott sugáron. Így Pitagorasz-tételét alkalmazva a másik befogót már könnyen tudjuk számítani. Ezzel már elő tudjuk állítani az összes x értékhez tartozó y értéket is. Így lényegében a teljes számolótábla elkészült, amelyet az 1. táblázat mutat be.

1. táblázat. A teljes számolótábla profileltolás esetére

d_y [mm]	r_y [mm]	$\cos \alpha_y$	α_y [°]	$inv\alpha$	$inv\alpha_y$	s_y [mm]	x	y
57	28,5	0,840778	32,77768	0,0149	0,07182	2,022236	1,011118	28,4820582
56,7	28,35	0,845226	32,30382	0,0149	0,068459	2,202516	1,101258	28,3286027
56,4	28,2	0,849722	31,81855	0,0149	0,065136	2,378278	1,189139	28,174917
56,1	28,05	0,854266	31,32126	0,0149	0,061858	2,549488	1,274744	28,0210193
55,8	27,9	0,858859	30,81131	0,0149	0,058628	2,716109	1,358054	27,8669281
55,5	27,75	0,863501	30,28799	0,0149	0,055446	2,878101	1,439051	27,7126619

Miután megalkottuk az evolvens ív koordinátáit, már meg tudjuk alkotni belőle a fogaskereket. A fogaskerék megalkotásánál a korábbi kutatás lépéseit alkalmazzuk (Pintér és Sarka, 2021), illetve az ott megrajzolt CAD-modellt (Pintér és Sarka, 2021) az összehasonlításhoz. Mivel már tudjuk, hogy a régi CAD-modell teljesen megfelelő, így ehhez hasonlítva az új fogaskereket tudunk egyértelműen nyilatkozni arról, hogy a számolótáblánk helyes adatokat ad-e vissza. Megállapítottuk, hogy profileltolás nélküli esetre teljesen megfelelően számol a táblázat.

Vizsgáljuk meg ezután a profileltolós esetet is. Itt egy pozitív eltolást veszünk alapul, amelynek értékét 0,2-re választva, megalkotjuk a fogaskereket. A 4. ábra az egymásra illesztett fogaskerekekről mutat képet, piros színnel jelölve a profileltolt fogaskereket.



4. ábra. A pozitív profileltolás hatása a fogprofil alakra

Látható, hogy a profileltolt fogaskeréknél ténylegesen a fejkörátmérő megváltozott, és a jó irányba, tehát kintebb helyezkedik el, azonban a fognak ezzel együtt ki kellett volna hegyesedni. Így tehát elmondhatjuk, hogy az Excel-táblánk, amelyet újonnan megalkottunk, nem használható a profileltolás meghatározására, mivel nem a megfelelő értékeket számítja ki. Tehát a számítás során valamely hibát véthettünk, amelynek eredménye a 4. ábrán is látható. Később visszatérve a hiba okára azt találtuk, hogy

a Zsáry-féle könyv (1) összefüggése egy elírást tartalmaz, a modult tévesen szerepelteti benne. A helyes képlet a következőképpen néz ki:

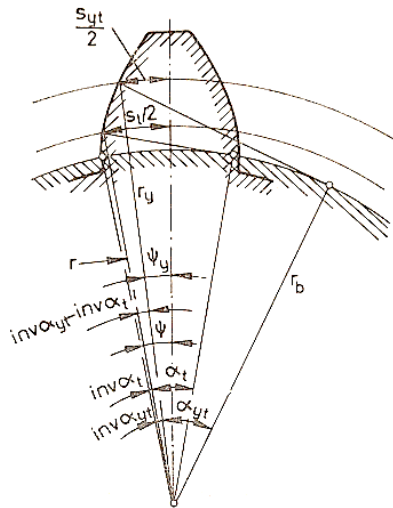
$$s_y = 2 \cdot r_y \left[\frac{1}{z} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha \right) - (inv\alpha_y - inv\alpha) \right] \quad (4)$$

A hiba okára így fény derült, azonban mi egy másik módszer alapján folytattuk a vizsgálatot, amellyel már szemrevételezés során is jó eredményt kaptunk.

3.2. Az Erney-féle módszer vizsgálata

Az irodalmak kutatása során, szintén találhatunk egy, a (homlok)fogvastagság számítására vonatkozó lehetőséget (Erney, 1983), kicsit más megközelítéssel, mint ahogy eddig dolgoztunk. A módszernél azért említjük homlokfogvastagságként a fogvastagságot, mert az összefüggésekkel ferdefogazatú kerék esetén is lehetőség van a fogvastagságok meghatározására.

Az 5. ábrán a dr. Erney György-féle számítási lehetőségről mutatunk be egy ábrát, amely alapján mi is elindulunk.



5. ábra. A homlokfogvastagság számítása tetszőleges sugáron (Erney, 1983)

Az ábrán láthatjuk, hogy hasonló a leírás ahhoz, amelyet eddig mi is alkalmaztunk, azonban itt kicsit más szögekkel és számítási móddal találkozunk. A továbbiakban a következő összefüggéseket használjuk, az evolvens ív számítására. Az r_y sugáron lévő evolvens profilpontnak megfelelő homlokprofilszög (Erney, 1983), és a fogszög (ψ) a következő módon számítható:

$$\cos \alpha_y = \frac{r_b}{r_y} \quad (5)$$

$$\text{rad } \psi_y = \text{rad } \psi + inv\alpha_t - inv\alpha_{yt} \quad (6)$$

Így a leírt összefüggések segítségével már ki tudjuk számítani a homlokfogvastagság értékét is tetszőleges sugáron, mégpedig a (6) összefüggés segítségével:

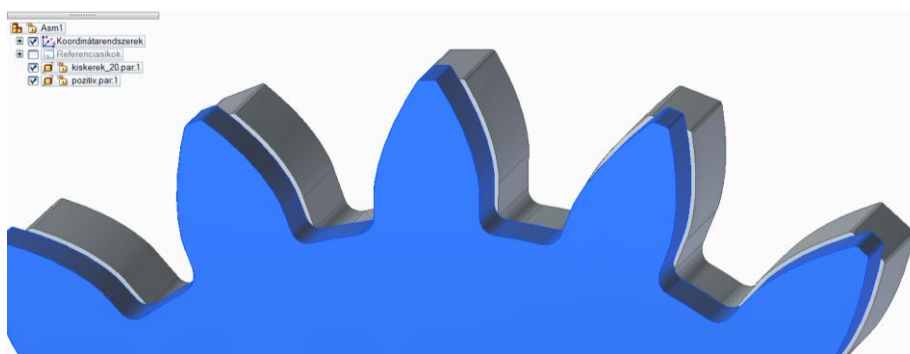
$$s_{yt} = 2 \cdot r_y \cdot \text{rad } \psi_y = 2 \cdot r_y \cdot (\text{rad} \psi + \text{inv} \alpha_t - \text{inv} \alpha_{yt}) \quad (7)$$

Így már a fogszőg számítását elvégezve könnyen megkapjuk a homlokfogvastagság értékeit. Az értékek segítségével a fentebb említett közelítést és az Erney által leírt módszert alkalmazva, megkapjuk a koordinátaértékeket, amelyet szintén a 3. ábra alapján tudunk számolni. Az így számított eredményeket a 2. táblázat tartalmazza. E táblázat segítségével újra megalkotjuk a fogaskerekeket. Így már elmondhatjuk, hogy a kapott kép alapján megfelelően működik az új táblázat. Amit meg tudunk állapítani, a táblázat alapján is, ha pozitív profileltolást alkalmazunk, akkor a profileltolt kerék fogvastagsága az osztókör alatt nő, fölötte csökken az elemihez képest. Ez így megfelelő, hiszen ténylegesen ez a profileltolás alkalmazásakor várt viselkedés.

2. táblázat. Az átalakított számolótáblázat profileltolásra

r_y [mm]	$\frac{r_b}{r_y}$	α_y [rad]	$\text{inv} \alpha_y$	ψ_y	s_y [mm]	x	y
28,5	0,840781	0,572073	0,071824	0,0355	2,022141	1,01107	28,48206
28	0,855795	0,543711	0,060774	0,0465	2,605438	1,302719	27,96968
27,5	0,871355	0,51284	0,050253	0,0570	3,137577	1,568789	27,45522
27	0,887491	0,478925	0,04032	0,0670	3,61691	1,808455	26,93937
26,5	0,904236	0,441209	0,031049	0,0763	4,041286	2,020643	26,42285
26	0,921625	0,398549	0,022535	0,0848	4,407789	2,203895	25,90642
25,5	0,939696	0,349056	0,014903	0,0924	4,71225	2,356125	25,39092
25	0,95849	0,289138	0,008336	0,0990	4,948191	2,474096	24,87728
24,5	0,978051	0,209903	0,003138	0,1042	5,103939	2,55197	24,36673

A 6. ábrán meg is figyelhetjük az újra kiszerveztett fogaskerekeket a Solid Edge segítségével. Az ábra alapján is elmondhatjuk, hogy megfelelnek a táblázat adatai. A továbbiakban, azonban azt meg kell vizsgálni, hogy milyen eltérést eredményez a korábban bevezetett egyszerűsítés.



6. ábra. Az újra megszerkesztett fogaskerék az új táblázat alapján

A számítás tehát szemrevételezéssel ellenőriztük, nézzük meg a közelítés milyen hibát okoz. AutoCAD program segítségével, nagy pontossággal tudunk rajzokat, vázlatokat készíteni. Így megrajzoljuk a

köröket, illetve egy-egy egyenest, a meghatározott szögértékkel. A 28,5 mm és a 25 mm sugárhoz tartozó köröket vizsgáljuk. A vizsgálat során azt kapjuk eredményképpen, hogy az eltérésünk, ami a közelítő egyenes és a valós körív között tapasztalható 0,05%-tól a lábkör irányába haladva 0,2%-ig növekszik.

Ez egy nagyon kis eltérés, ami nem bír jelentős befolyással a fogaskerék pontosságára. Éppen azért is mondhatjuk ezt, mivel egy kis fogaskeréssel dolgozunk, amelynek adatait, ha változtatjuk, nagyobb modulal, és több foggal, akkor ez az eltérés is még jobban csökkeni fog.

4. További kutatási irányok

Az eddig elért eredmények már használhatóak arra, hogy további vizsgálatok készüljenek a modellek segítségével. A pontos leíráshoz egy olyan számolótábla is segítséget nyújt, amely a lefejtő szerszám adataival dolgozik, és ezt gördíti le a megfelelő körön. Ennek a táblázatnak a vizsgálata folyamatban van, az eredmények kiértékelése még tart. Továbbá koordináta geometria segítségével is lehetőség adódhat, hogy pontosan meghatározzuk a profilpontok koordinátáit. Ennek a számítása is a tervekben szerepel.

5. Összefoglalás

A fogaskerék hajtások nagyon fontos szerepet töltenek be a mai világban is, bármely szerszámgép, vagy akár személygépjárművekről beszélünk. A cikk során a profileltolás vizsgálatával foglalkoztunk, annak a fogprofilra gyakorolt hatását vizsgáltuk, hogy hogyan lehetséges meghatározni a profileltolt fog evolvens ívének profilpontjait. Az irodalmak kutatása során két potenciális lehetőség is felmerült, amelyeket megvalósítva és ellenőrizve azt tapasztaljuk, hogy sikeresen megalkottunk egy olyan táblázatot, amely pozitív profileltolás tényező alkalmazása közben a profilpontok koordinátáit számítja. Meghatározva egy közelítést, és a közelítés okozta hiba nagyságát megvizsgálva elmondhatjuk, hogy az így kapott pontok használhatóak fogaskerékmodellek megalkotására, és további számítások és kísérletek végzésére. A számítások további irányát is meghatározzuk, hogy hogyan lehetne még pontosabb, a közelítés teljes elhagyásával kiszámítani e koordinátákat.

Köszönetnyilvánítás

A Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-22-2 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.



Irodalom

- [1] Zsáry Á. (2008): *Gépelemek II.*, ISBN: 9789631911664, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- [2] Pintér Á. S., Sarka F. (2021). CAD rendszerek által generált fogazott elemek alakeltérésének vizsgálata. *GÉP*, (3–4), pp. 85–88.
- [3] Bodzás S. (2019). Hengeres fogaskerék hajtások tervezése és elemzése egyenes fogiránnyal. *Debreceni Szemle*, 27 (4), pp. 391–404.

- [4] Park, S.-J., Yoo, W.-S. (2003). Profile shift coefficient of gear system considering teeth deflection. *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A*, 27 (5), pp. 758–763. <https://doi.org/10.3795/KSME-A.2003.27.5.758>
- [5] Tomori, Z., Bognár, G. (2016). The useable section of profile shift coefficient. *Design of Machines and Structures*, 6 (2), pp. 67–72.
- [6] Erney, Gy. (1983). *Fogaskerekek*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [7] ISO 6336-3: 2019. *Calculation of load capacity of spur and helical gears*. Part 3: Calculation of the bending strength
- [8] ISO 6336-3: 2019. *Calculation of load capacity of spur and helical gears*. Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors