# FOGASGYŰRŰS TENGELYKAPCSOLÓK TEHERBÍRÁSÁNAK SZÁMÍTÁSA AZ ÉRINTKEZÉSI FESZÜLTSÉG ALAPJÁN

## Kelemen László

PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék 3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: <u>machkel@uni-miskolc.hu</u>

## Szente József

Egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék 3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: <u>machszj@uni-miskolc.hu</u>

## Összefoglalás

A fogasgyűrűs tengelykapcsolók két összekapcsolt tengelyvégnél előforduló egytengelyűségi hibák kiegyenlítésére szolgálnak. A tengelykapcsoló két fő alkotó eleme – a belső fogazatú hüvely és a domborított fogazattal rendelkező agy – szöghiba esetén egy sajátos, metsződő tengelyű fogaskerékpárt alkot. Az agy domborított fogfelülete miatt az érintkezés minden pillanatban pontszerűen valósul meg a két fogazott elem felületei között. A dolgozatban a fogfelületek matematikai modelljeit felhasználva meghatározzuk az érintkezési pontok helyét, valamint ezekben a pontokban a felületek főgörbületeit. A tengelykapcsoló terhelhetőségét a fellépő érintkezési feszültség korlátozza, meghatározásához a Hertz elméletet fogjuk felhasználni.

**Kulcsszavak:** fogasgyűrűs tengelykapcsoló, pontszerű érintkezés, görbületek, érintkezési feszültség

# Abstract

The gear couplings can compensate misalignments between two connected shafts. Main components of gear coupling are the hub and the sleeve. They create a special gearing having intersecting axes, when angular misalignment is occurred. Because of the crowned tooth surface of the hub the meshing is point contact in any instant. In this paper the position of contact points and the curvatures are determined using mathematical models of tooth surfaces. The load carrying capacity of gear coupling is restricted by the contact stress, which will be determined based on the Hertz theory.

Keywords: gear coupling, point contact, curvatures, contact stress

## 1. Bevezetés

A fogasgyűrűs tengelykapcsolók tengelyvégek összekapcsolására, az egytengelyűségi eltérések kiegyenlítésére szolgálnak. Fő alkotó elemeik: a belső fogazatú hüvely és a domborított fogazattal rendelkező agy, melyek azonos fogszámmal rendelkező sajátos fogaskerekek (1. ábra). A domborított fogazat révén a tengelykapcsoló képes kompenzálni az összekapcsolt tengelyek szögeltérését, párosával beépítve pedig kiküszöböli a radiális egytengelyűségi hibát is.

A fogasgyűrűs tengelykapcsolók egyik várható károsodási formája a fogfelületek kigödrösödése, az ún. pitting képződés, melynek megakadályozása az érintkezési feszültség korlátozásával lehetséges. Az agy domborított fogfelülete miatt a szöghibával rendelkező tengelykapcsoló fogfelületei minden pillanatban egy-egy pontban érintkeznek. Az érintkezési feszültség meghatározásához ismerni kell a pillanatnyi érintkezési pont helyét a fogfelületeken, valamint a főgörbületeket ezekben a pontokban.



1. ábra. Fogasgyűrűs tengelykapcsoló

2. ábra. A kúpos szerszámfelület

A dolgozatban előállítjuk a fogfelületek matematikai modelljeit, majd azok felhasználásával a tengelykapcsoló szöghibával terhelt működési helyzetében meghatározzuk az érintkezési pontok helyét. A főgörbületeket és a görbületi főirányokat a hüvely fogfelületén az evolvens geometria alapján, az agy domborított fogfelületén a burkolófelületekre kidolgozott módszer segítségével határozzuk meg. A tengelykapcsoló terhelhetőségét a Hertz elméletre alapozva, a kiszámított és a megengedett érintkezési feszültség összehasonlítása révén állapítjuk meg.

# 2. A fogfelületek matematikai modellje

## 2.1. Az agy fogfelülete

Az agy domborított fogfelületét általában lefejtőmarással állítják elő. A gyártás matematikai modellezésére több megoldás is készült [3, 4, 5], melyek a felületet kellő pontossággal, és egymáshoz viszonyítva minimális eltéréssel írják le. Ebben a tanulmányban a szerszámfelület egyenes körkúp (2. ábra), mely az  $\omega_1$  szögsebességgel forgó agy osztókörének érintő irányában haladó mozgást végez  $v_0 = r_1 \omega_1$  állandó sebességgel.  $r_1$  az agy fogfelületének osztókörsugara. A szerszámfelület *P* felületi pontjának helyvektora az  $S_0$  (O<sub>0</sub>,  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ) koordinátarendszerben a következő:

$$\mathbf{r}_{0} = \begin{bmatrix} u \sin \alpha \\ (R - u \cos \alpha) \cos \psi \\ (R - u \cos \alpha) \sin \psi \end{bmatrix}.$$
 (1)

Az egyenletben u és  $\psi$  a szerszámfelület paraméterei,  $\alpha$  a profilszög, R a domborítás paramétere. A jelölések értelmezése a 2. ábrán látható. Az ábrán feltüntettük a P felületi pontban a normálist, valamint a főgörbületi irányok egységvektorait. Ezeket a szerszámfelület koordinátarendszerében a következő egyenletek írják le:

$$\boldsymbol{n}_0 = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \cos\psi & \sin\alpha \sin\psi \end{bmatrix}^l , \qquad (2)$$

$$\boldsymbol{e}_{01} = \left[\sin\alpha - \cos\alpha\cos\psi - \cos\alpha\sin\psi\right]^{T}, \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{e}_{02} = \begin{bmatrix} 0 & \sin\psi & -\cos\psi \end{bmatrix}^{T} . \tag{4}$$

Itt és a későbbiekben, a vektoroknál használt *T* jelölés a transzponáltra utal.

Az agy domborított fogfelületének meghatározásához a szerszámfelületet elő kell állítani az agyhoz kötött  $S_1$  (O<sub>1</sub>,  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ ) koordinátarendszerben. A transzformációt a 3. ábra alapján fogjuk elvégezni.

A mozgó szerszámfelület az  $S_1$  rendszerben egy felületsereget szolgáltat, mely a következő egyenlettel jellemezhető:



3. ábra. A koordinátarendszerek kapcsolata

$$\mathbf{r}_{1} = \mathbf{M}_{10} \begin{bmatrix} u \sin \alpha + r_{1}\varphi + s/2 \\ (R - u \cos \alpha) \cos \psi - R + r_{1} \\ (R - u \cos \alpha) \sin \psi \end{bmatrix},$$
(5)

ahol  $M_{10}$  az  $S_0$  rendszerből az  $S_1$  rendszerbe való áttérés mátrixa, s a domborított fog vastagsága az osztókörön, a középsíkban mérve. A mátrixot az agy  $\varphi$  forgásszögével tudjuk meghatározni:

$$\boldsymbol{M}_{10} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0\\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (6)

(5) egyenlethez rendeljük hozzá a kapcsolódás egyenletét, mely

$$\boldsymbol{v}_{01} \cdot \boldsymbol{n}_0 = 0 \tag{7}$$

alakban állítható elő. (7)-ben  $v_{01}$  a szerszámfelület és az agy viszonylagos mozgásának sebessége,  $n_0$  a normális az érintkezési pontban. (7) megoldásával összefüggést kapunk a

felületparaméterek (u és  $\psi$ ) valamint a  $\varphi$  mozgásparaméter között, a (8) egyenletnek megfelelően:

$$\varphi = -\frac{1}{r_1} \left( \frac{u}{\sin \alpha} + R \frac{1 - \cos \psi}{\tan \alpha \cos \psi} + \frac{s}{2} \right).$$
(8)

A levezetés részletei [5]-ben megtalálhatóak.

(5) és (8) egyenletek együttesen megadják a domborított fogfelületet, melynek normálisa az agyhoz kötött  $S_1$  koordinátarendszerben a következő:

$$n_1 = M_{10} n_0$$
. (9)

## 2.2. A hüvely fogfelülete



4. ábra. Belső fogazatú hüvely fogfelülete

A hüvely egy belső fogazatú hengeres fogaskerék, melynek fogfelülete evolvens henger (4. ábra). Az ábra jelöléseit felhasználva a fogfelület helyvektorát és normálisát a következő egyenletek határozzák meg:

$$\mathbf{r}_{2} = \begin{bmatrix} r_{b} \begin{bmatrix} -\sin(\vartheta - \eta) + \vartheta \cos(\vartheta - \eta) \end{bmatrix} \\ r_{b} \begin{bmatrix} \cos(\vartheta - \eta) + \vartheta \sin(\vartheta - \eta) \end{bmatrix} \\ t \end{bmatrix},$$
(10)

$$\boldsymbol{n}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta - \eta) & \sin(\vartheta - \eta) & 0 \end{bmatrix}^T,$$
(11)

ahol  $r_b$  az alapkörsugár,  $\mathcal{G}$  és t a fogfelület paraméterei,  $\eta$  az alapköri fogárokszög.

# 3. Az érintkezési pontok meghatározása

A szöghibával rendelkező fogasgyűrűs tengelykapcsoló egy különleges, metsződő tengelyű fogaskerékpárnak tekinthető (5. ábra), ahol a  $\gamma$  tengelyszög megegyezik a szöghibával.



5. ábra. Szöghibával rendelkező fogasgyűrűs tengelykapcsoló

A két fogazott elem fogszámai azonosak. Szöghiba esetén az agy domborított fogfelülete és a hüvely evolvens profilú hengeres fogfelülete minden pillanatban egyegy pontban érintkeznek. Az érintkezési pontok meghatározásához szükség van egy alkalmasan megválasztott koordinátarendszerre, melyben fogazott elemek а kapcsolódását megvizsgáljuk. Az érintkezési pontok a két fogfelület közös pontjai, ezért ezekben a pontokban a helyvektorok megegyeznek. Emellett az érintkezési pontokban a két felületnek közös érintősíkja van, vagyis a normálisok is egybeesnek.

#### 3.1. Koordinátarendszerek

Négy koordinátarendszert fogunk használni (6. ábra).  $S_1$  (O,  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ ) és  $S_2$  (O,  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$ ) mozgó koordinátarendszerek, melyeket mereven hozzákapcsolunk az agyhoz (1 fogaskerék) ill. a hüvelyhez (2 fogaskerék).  $S_f$  (O,  $x_f$ ,  $y_f$ ,  $z_f$ ) és  $S_a$  (O,  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$ ) álló koordinátarendszerek, közülük  $S_f$  a globális rendszer, míg  $S_a$  egy segéd koordinátarendszer. Ha nincsen szöghiba ( $\gamma = 0$ )  $S_a$  egybeesik  $S_f$  –fel. Valamennyi koordinátarendszer közös O origóval rendelkezik.



A forgó koordinátarendszerek elfordulási szögeit  $\varphi_1$  és  $\varphi_2$  jelöli (6. ábra). Az egyes koordinátarendszerek közötti kapcsolatot, a transzformáció átviteli mátrixait [6] részletesen ismerteti.

#### 3.2. Erintkezési pontok a fogfelületeken

Az agy és a hüvely fogfelületeinek közös érintkezési pontjaiban a helyvektorok és a normálisok is megegyeznek. Az  $S_{\rm f}$  koordinátarendszerben felírva:

$$\mathbf{r}_{f}^{(1)}(u,\psi,\varphi_{1}) = \mathbf{r}_{f}^{(2)}(\vartheta,t,\varphi_{2}), \qquad (12)$$

$$\boldsymbol{n}_{f}^{(1)}(u,\psi,\varphi_{1}) = \boldsymbol{n}_{f}^{(2)}(\boldsymbol{\mathcal{G}},\varphi_{2}).$$
(13)

A (12) vektor egyenlet megfelel három független skaláris egyenletnek, de a (13) egyenlet csak két független skaláris egyenlettel egyenértékű, mivel mindkét normális egységvektor, azaz

$$\left|\mathbf{n}_{f}^{(1)}\right| = \left|\mathbf{n}_{f}^{(2)}\right| = 1.$$

$$(14)$$

Az agy és a hüvely fogfelületei a hozzájuk kapcsolt  $S_1$  és  $S_2$  koordinátarendszerekben ismertek, ezért a helyvektorokat és a normálisokat az  $S_f$  álló koordinátarendszerbe kell transzformálni. Ennek részletei [6] hivatkozásban megtalálhatóak.

A (12) és (13) egyenletekkel megadott, öt nemlineáris skaláris egyenletből álló egyenletrendszer megoldása numerikus módszerrel, iterációs úton, számítógép alkalmazásával lehetséges.

## 4. A főgörbületek meghatározása

A fogaskerekek fogfelületeit legtöbbször lefejtéssel, az egymást kölcsönösen burkoló felületek elvén állítják elő. Ezek a felületek általában kellően bonyolultak ahhoz, hogy a görbületeket hagyományos módon, a differenciálgeometria módszereivel határozzuk meg. A probléma megoldására *Litvin* [1] hatékony megoldást javasolt. A módszer lényege, hogy a szerszámfelület görbületi jellemzőinek (főgörbületek, görbületi főirányok) ismeretében, a mozgásparaméterek felhasználásával határozzuk meg a lefejtett fogfelület görbületi jellemzőit.

## 4.1. Az agy fogfelületének főgörbületei

Az agy domborított fogfelületének főgörbületeit és a főgörbületi irányokat kijelölő vektorokat [1] ajánlásának megfelelően, a burkolófelületekre érvényes összefüggések alapján határozzuk meg. Ehhez elsőként elő kell állítani a szerszámfelület főgörbületeit és a főirányok egységvektorait. Az agy fogfelületét kúpos szerszámfelület alakítja ki, melynek főgörbületi irányait a 2. ábrán bejelöltük. Az egyik főirány a kúpalkotó mentén, a másik az érintősíkban, rá merőlegesen helyezkedik el. A főirányokat kijelölő egységvektorokat (3) és (4) egyenletek írják le. A jelölt irányokhoz tartozó főgörbületeket a következő összefüggések adják:

$$k_{01} = 0,$$
 (15)

$$k_{02} = -\frac{\sin\alpha}{R + u\cos\alpha} \,. \tag{16}$$

(16)-ban a negatív előjel arra utal, hogy a görbületi középpont a normálissal ellentétes irányban fekszik.

A szerszámfelület főgörbületeinek, valamint görbületi főirányainak ismeretében, továbbá a mozgásparaméterek felhasználásával [1] szerint az alábbi egyenletrendszer állítható elő:

$$\sigma = \frac{1}{2} \arctan \frac{-2c_1c_2}{c_2^2 - c_1^2 - (k_{01} - k_{02})c_3},$$
(17)

$$k_{12} = \frac{1}{2} \left( k_{01} + k_{02} + \frac{c_1^2 + c_2^2}{c_3} + \frac{c_2^2 - c_1^2 - (k_{0I} - k_{0II})c_3}{c_3 \cos 2\sigma} \right),$$
(18)

$$k_{11} = k_{01} + k_{02} + \frac{c_1^2 + c_2^2}{c_3} - k_{12}.$$
<sup>(19)</sup>

(17) egyenlettel meghatározzuk a szerszámfelület  $e_{01}$  és a munkadarab fogfelületének  $e_{11}$  első görbületi főirányai között lévő  $\sigma$  szöget, melyet a 7. ábrának megfelelően értelmezünk.



#### 7. ábra. A főgörbületi irányok kapcsolata

(18) és (19) egyenletek megadják a fogfelület keresett főgörbületeit. A számításokhoz az alábbi segédváltozókat használjuk:

$$c_1 = -k_{01}v_1 + (\boldsymbol{n}_0 \times \boldsymbol{\omega}_{01})\boldsymbol{e}_{01}, \qquad (20)$$

$$c_2 = -k_{02}v_2 + (n_0 \times \omega_{01})e_{02}, \qquad (21)$$

$$c_{3} = -k_{01} (v_{1})^{2} - k_{02} (v_{2})^{2} + (\boldsymbol{n}_{0} \times \boldsymbol{\omega}_{01}) \boldsymbol{v}_{01} + \boldsymbol{n}_{0} (\boldsymbol{\omega}_{1} \times \boldsymbol{v}_{0}).$$
(22)

Ezekben a kifejezésekben  $v_1$  és  $v_2$  a relatív sebesség összetevői a szerszámfelület görbületi főirányainak megfelelő felbontással,  $\boldsymbol{\omega}_{01}$  a relatív szögsebesség vektor. Meghatározásukra az alábbi kifejezések szolgálnak:

$$v_1 = v_{01} e_{01}, \tag{23}$$

$$v_2 = \mathbf{v}_{01} \mathbf{e}_{02} \,, \tag{24}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{01} = -\boldsymbol{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}^T.$$
<sup>(25)</sup>

A fogfelület főgörbületi irányait kijelölő egységvektorok a 7. ábra alapján a következők:

$$\boldsymbol{e}_{11} = \boldsymbol{e}_{01} \cos \sigma + \boldsymbol{e}_{02} \sin \sigma , \qquad (26)$$

$$e_{12} = -e_{01}\sin\sigma + e_{02}\cos\sigma.$$
 (27)

Tekintettel arra, hogy ezek a vektorok az  $S_0$  koordinátarendszerben vannak meghatározva, még át kell térni az agy saját  $S_1$  koordinátarendszerébe. A transzformációt követően a szerszámfelület főirányai módosulnak, azonban a fogfelület főirányaihoz képest viszonylagos helyzetük nem változik meg. Ennek megfelelően az  $S_1$  rendszerben az egyes főirányok egységvektorai a következők:

$$\boldsymbol{e}_{01}^{(1)} = \boldsymbol{M}_{10}\boldsymbol{e}_{01}, \qquad (28)$$

$$\boldsymbol{e}_{02}^{(1)} = \boldsymbol{M}_{10} \boldsymbol{e}_{02} \,, \tag{29}$$

191

$$\boldsymbol{e}_{11}^{(1)} = \boldsymbol{e}_{01}^{(1)} \cos \sigma + \boldsymbol{e}_{02}^{(1)} \sin \sigma , \qquad (30)$$

$$\boldsymbol{e}_{12}^{(1)} = -\boldsymbol{e}_{01}^{(1)} \sin \sigma + \boldsymbol{e}_{02}^{(1)} \cos \sigma \,. \tag{31}$$

A transzformáció  $M_{10}$  mátrixa a (6) egyenlettel adott.

## 4.2. A hüvely fogfelületének főgörbületei

A hüvely evolvens hengerfelületének főgörbületei az evolvens geometriából ismertek. Az egyik főirány egybeesik az alkotóval és a hozzá tartozó görbület

 $k_{21} = 0.$  (32)

A másik főirány az evolvens profil érintője, az általa kijelölt síkban a görbület a 4. ábra alapján:

$$k_{22} = -1/r_{\rm b} \mathcal{9}. \tag{33}$$

A főirányok egységvektorai:

$$\boldsymbol{e}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \tag{34}$$

$$\boldsymbol{e}_{22} = \begin{bmatrix} \sin(\vartheta - \eta) & -\cos(\vartheta - \eta) & 0 \end{bmatrix}^{T}.$$
(35)

# 5. Az érintkezési feszültség számítása

A fogfelületi teherbírás ellenőrzését a Hertz-féle elmélet alapján végezzük el. Az elméletileg pontban érintkező fogfelületek a terhelés hatására benyomódnak, az érintkezés ellipszis alakú folt mentén alakul ki. Az érintkezési feszültséget [2] ajánlásának megfelelően a következő összefüggéssel határozzuk meg:

$$\sigma_H = \frac{3}{2} \frac{F_n K_A}{\pi a b}, \qquad (36)$$

ahol  $F_n$  az egy fogpár kapcsolódásnál ható normálfogerő,  $K_A$  az üzemtényező, a és b az érintkezési ellipszis féltengelyei.

Az üzemtényező a hajtó és a hajtott gép típusától függ. Értékét a tengelykapcsoló gyártók ajánlásai alapján célszerű megválasztani.

Az érintkezési ellipszis féltengelyeinek meghatározására a következő összefüggések szolgálnak:

$$a = a * \sqrt[3]{\frac{3}{2} \frac{F_n}{E_r \Sigma k}}$$
, és  $b = b * \sqrt[3]{\frac{3}{2} \frac{F_n}{E_r \Sigma k}}$  (37)

ahol  $a^*$  és  $b^*$  az érintkezési ellipszis fajlagos féltengelyei,  $E_r$  a redukált rugalmassági modulus,  $\Sigma k$  a főgörbületek összege.

A fajlagos féltengelyek a 8. ábrán látható diagramból határozhatók meg a görbületi viszony függvényében.





Az ábrán  $\theta$  az F(k) görbületi viszonytól függő segédváltozó, értékét fokban kell meghatározni:

$$\theta = \arccos(F(k)). \tag{38}$$

A görbületi viszony a főgörbületektől és a két test első főirányai között lévő  $\sigma_{12}$  szögtől függ:

$$F(k) = \frac{\sqrt{(k_{11} - k_{12})^2 + 2(k_{11} - k_{12})(k_{21} - k_{22})\cos 2\sigma_{12} + (k_{21} - k_{22})^2}}{\Sigma k}.$$
 (39)

A (37) és (39) egyenletekben  $E_r$  ill.  $\Sigma k$  paraméterek kiszámítására az alábbi összefüggések szolgálnak:

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2}, \qquad (40)$$

$$\Sigma k = k_{11} + k_{12} + k_{21} + k_{22} \,. \tag{41}$$

(40) egyenletben  $E_1$  és  $E_2$  az érintkező testek rugalmassági modulusa,  $v_1$  és  $v_2$  pedig az érintkező testek Poisson-tényezője. A (41) egyenletben szereplő főgörbületeket a 4. fejezetben meghatároztuk.

A megengedett érintkezési feszültség [2] szerint:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{HN} Z_G}{s_H},\tag{42}$$

ahol  $\sigma_{HN}$  a névleges fogfelületi szilárdság,  $Z_G$  a csúszási tényező,  $s_H$  a biztonsági tényező.  $\sigma_{HN}$  a terhelési ciklusok számától függően a kifáradási határral, vagy az élettartamszilárdsággal azonos.  $Z_G$  a csúszási sebességtől függ, számítására [2] ad ajánlást. A biztonsági tényezőt az alkalmazástól függően kell megválasztani, ajánlott minimális értéke  $s_{Hmin} =$ 1. A tengelykapcsoló teherbírását a számított és a megengedett érintkezési feszültség egybevetése alapján határozzuk meg:

$$\sigma_{H} \le \sigma_{HP} \,. \tag{43}$$

(43)-ban egyenlőséget feltételezve  $F_n$ -re nézve transzcendens egyenletet kapunk, melyet numerikus módszert alkalmazva tudunk megoldani. A tengelykapcsolóval átvihető nyomaték:

$$T = Z_{\varepsilon} F_{n} r_{b} \tag{44}$$

összefüggéssel számítható, ahol  $Z_{\varepsilon}$  a kapcsolószám-tényező,  $r_{\rm b}$  az agy evolvens fogfelületének alapkörsugara.  $Z_{\varepsilon}$  elméleti értéke 2.

# 6. Összefoglalás

A fogasgyűrűs tengelykapcsolók fogfelületén a kigödrösödés megakadályozása érdekében az érintkezési feszültséget korlátozni kell. Az érintkezési feszültség meghatározásához szükségünk van a fogfelületek egyenleteire, ismerni kell a kapcsolódási viszonyokat, valamint az érintkezési pontokban a görbületeket. A fogfelületeket a gyártási eljárásokkal összhangban állítottuk elő. A működés vizsgálata során az érintkezési pontok megkereséséhez öt egyenletből álló nemlineáris egyenletrendszert kaptunk. A tengelykapcsoló teherbírásának számítása során ugyancsak nemlineáris egyenletek numerikus megoldása vált szükségessé. A nemlineáris egyenletek megoldásához a Mathcad program lehetőségeit használtuk.

## Köszönetnyilvánítás

A cikkben ismertetett kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 projekt eredményeire alapozva a TÁMOP-4.1.1.C-12/1/KONV-2012-0002 jelű "Járműipari felső-oktatási és kutatási együttműködés" projekt részeként – az Új Széchenyi Terv keretében – a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

# Irodalom

- [1] Litvin, F. L., Fuentes, A.: *Gear geometry and applied theory*, 2nd Edition. Cambridge University Press, New York, 2004.
- [2] Niemann, G., Winter, H.: *Maschinenelemente*, Band III, Springer Verlag, Berlin 1983. 23. Stirn-Schraubradgetriebe.
- [3] Szente J., Kelemen L.: *Mathematical models for tooth surfaces of gear coupling*, Design of Machines and Structures, Vol. 2, No 1, 2012. Miskolc. pp. 73-82.
- [4] Szente J., Kelemen L.: Domboritott fogazat matematikai modellezése fogasgyűrűs tengelykapcsolókhoz, Gép, LXII. évf., 9-10. szám, 2011. pp. 47-50.
- [5] Kelemen L., Szente J.: Domborított fogfelület előállítása kétparaméteres burkolással, Gép, LXIII. évf., 12. szám, 2012. pp. 57-60.
- [6] Kelemen L., Szente J.: Analysis of gear meshing for gear coupling, Advanced Engineering, Vol. 6, No. 2, 2012. pp. 171-182.