

## A TÖBBLERAKATOS IDŐABLAKOS JÁRATSZERVEZÉSI FELADAT MATEMATIKAI ÉS ONTOLÓGIAI MODELLJE

**Agárdi Anita**

egyetemi tanársegéd, Miskolci Egyetem, Informatikai Intézet, Általános Informatikai Intézeti Tanszék  
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: [agardianita@iit.uni-miskolc.hu](mailto:agardianita@iit.uni-miskolc.hu)

### **Absztrakt**

A cikkben a többlerakatos, időablakos járatszervezési feladat matematikai és ontológiai modelljét mutatom be. A járatszervezés egy logisztikai feladat, mely során adott pozíciójú lerakatokból a járművek kiszállítják az árut a vásárlóknak. A cél legtöbbször a megtett út minimalizálása. Az ontológiát arra használják, hogy tudást reprezentáljanak bizonyos témakörben. Az ontológia valamely témakör fogalmait, és a köztük lévő kapcsolatokat írja le. A célja nem csak az információ ember számára történő leírása, hanem a számítógépi feldolgozás is. A cikkben a Protége nyílt forráskódú ontológiai szerkesztővel létrehozott modellt mutatom be.

**Kulcsszavak:** járatszervezési feladat, matematikai modell, ontológia

### **Abstract**

In this article the mathematical and ontology model of the Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Time Windows (MDVRPTW) is introduced. The Vehicle Routing Problem is a logistical problem, where vehicles deliver products from the depot to the customers. The objective function in most of the time is the minimization of the length of the route. Ontology is used to represent knowledge on a particular subject. Ontology describes the concepts of a topic and the relationships between them. Its purpose is not only to describe information to humans, but also to process it by computer. In this article, a model created by the Protége open source ontology editor is presented.

**Keywords:** vehicle routing problem, mathematical model, ontology

### **1. Bevezetés**

A logisztika egyik fontos feladata a megfelelő áru megfelelő időpontban történő, költséghatékony szállítása. A logisztika területén belül egy fontos feladat a járatszervezés, amely üzemben belüli vagy üzemben kívüli szállítási folyamatokat, vagy egy teljes ellátási láncot is modellezhet. A járatszervezési feladatnak számos típusa alakult ki az évek során a folyton változó ipari igényekhez alkalmazkodva. A klasszikus járatszervezés esetén egy adott pozíciójú lerakatokból szállítjuk ki az árut a vásárlóknak. A feladat megoldását több kritérium is nehezíti. Adott a járművek száma, azok kapacitáskorlátja, a vásárlók áruigényei. A járművek a lerakatokból kiindulva kiszállítják az egyes vásárlóknak az árut, majd visszatérnek a lerakatokba. Minden vásárló áruigényét ki kell szolgálni, és figyelembe kell venni a járművek kapacitáskorlátját. A cél legtöbbször a járművek által megtett út minimalizálása. A továbbiakban a járatszervezési feladat néhány típusát, korlátozási tényezőjét fogom bemutatni. A legegyszerűbb járatszervezési feladat az utazó ügynök probléma (Traveling Salesman Problem) [1], ahol minden csomópontot egyetlen jármű látogat meg úgy, hogy egy körutat tesz meg a jármű. A többlerakatos járatszervezés (Multi-Depot Vehicle Routing Problem) [2] esetén több lerakat pozíciója adott, a járművek egy-

egy lerakattól indulhatnak ki. Az időablakos járatszervezés (Vehicle Routing Problem with Time Window) [3] esetén a meglátogatandó vásárlókhhoz adott egy időablak, azaz egy időintervallum, amin belül ki kell szolgálni a fellépő áruigényt. A nyílt utas járatszervezés (Open Route Vehicle Routing Problem) [4] a járatszervezés egy olyan típusa, ahol a járművek a lerakattól indulnak ki, de a vásárlók meglátogatása után nem térnek vissza a lerakatba. A lerakatok közti út (Vehicle Routing with Inter-Depot Route) [5] azt jelenti, hogy a járművek bármely lerakatba visszatérhetnek a vásárlók meglátogatása után. A fő- és allerakatos járatszervezés (Two-Echelon Vehicle Routing Problem) [6] esetén az árut a lerakattól elsőként köztes helyekre (allerakatokba azaz satelitekbe) szállítjuk, majd innen szállítjuk ki a vásárlóknak. A járatszervezés egyik leggyakrabban alkalmazott célfüggvénye a megtett út minimalizálása, de egyéb célfüggvényeket is alkalmaztak már a szerzők, például az üzemanyag felhasználás minimalizálása [7].

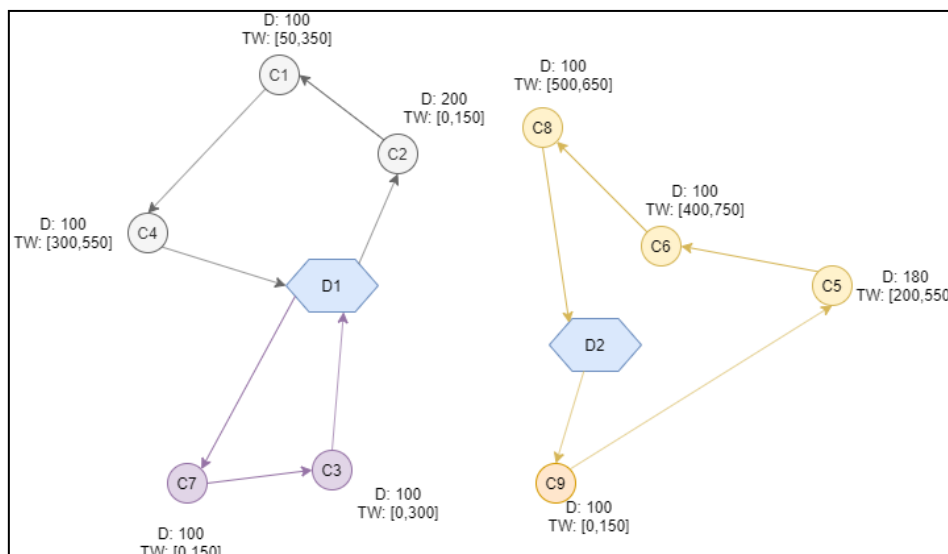
A logisztikai összetett folyamatok vizsgálatánál nagy segítséget jelenthet egy egységes tudásbázis megléte, amely információkat adhat a szereplők, a megkötések főbb paramétereiről. Az egységes tudásbázis leggyakrabban alkalmazott eszköze az ontológia [8-9], amely lehetőséget ad a domain specifikus és általános szabályok, tulajdonságok leírására.

Jelen cikkben, a többlerakatos, időablakos járatszervezési feladathoz (Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Time Window) [10] tartozó matematikai modellt és az ontológiai leírást ismertetem.

## 2. A többlerakatos, időablakos járatszervezési feladat matematikai modellje

Ebben a fejezetben a többlerakatos járatszervezési feladat matematikai modelljét mutatom be a [11] cikk alapján. A kiválasztott feladat során adott a lerakatok pozíciója, a járművek száma, kapacitáskorlátjai. Adottak a vásárlók pozíciói, áruigényei, és időablakai is. A járművek a lerakattól kiindulva meglátogatják a vásárlókat, majd visszatérnek a lerakatba. A járművek nem léphetik túl a kapacitáskorlátjukat, és minden vásárló igényét ki kell szolgálni. A cél a megtett út minimalizálása.

Az 1. ábra a feladatot szemlélteti. Az ábrán  $C1, \dots, C9$  jelöli az egyes vásárlókat,  $D1$  és  $D2$  a lerakatokat. A  $D$  jelöli az egyes vásárlók áruigényét, a  $TW$  pedig az időablakot.



1. ábra. A többlerakatos, időablakos járatszervezési feladat

1. táblázat. A matematikai modellben előforduló jelölések és jelentésük

Jelölés	Jelentés
$i, j$	vásárló index
$k$	jármű index
$l$	lerakat index
$C = \{c_1, c_2, \dots, c_{n_{customer}}\}$	vásárlók halmaza
$D = \{d_1, d_2, \dots, d_{n_{depot}}\}$	lerakatok halmaza
$V = \{v_1, v_2, \dots, v_{n_{vehicle}}\}$	járművek halmaza
$CV = \{cv_1, cv_2, \dots, cv_{n_{vehicle}}\}$	járművek kapacitáskorlátjai
$PD = \{pd_1, pd_2, \dots, pd_{n_{customer}}\}$	a vásárlók áruigényei
$TW = \{tw_1, tw_2, \dots, tw_{n_{customer}}\}$	a vásárlók időablakai, ahol $tw_i = [a_i, b_i]$ , tehát a legkorábbi és legkésőbbi kiszolgálás időpontja
$y$	a vásárlóhoz érkezés időpontja
$x$	döntési változó
$M$	pozitív nagy konstans
$Z$	célfüggvény

A döntési változó értéke 1, ha a  $k$ . jármű az  $l$ . lerakattól indul ki, és az  $i$ . vásárló meglátogatása után közvetlenül a  $j$ . vásárlót látogatja meg, egyébként 0.

$$x_{ij}^{kl} \in \{0,1\} \quad (1)$$

A célfüggvény, melyet minimalizálunk:

$$Z = \sum_{i=1}^{n_{customer}} \sum_{j=1}^{n_{customer}} \sum_{k=1}^{n_{vehicle}} \sum_{l=1}^{n_{depot}} d_{ij} x_{ij}^{kl} \quad (2)$$

**1. korlát:** egy vásárlót pontosan egyszer kell meglátogatni:

$$\sum_{i=1}^{n_{customer}} \sum_{k=1}^{n_{vehicle}} \sum_{l=1}^{n_{depot}} x_{ij}^{kl} = 1 \quad \forall j \in C \quad (3a)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{customer}} \sum_{k=1}^{n_{vehicle}} \sum_{l=1}^{n_{depot}} x_{ij}^{kl} = 1 \quad \forall j \in C \quad (3b)$$

**2. Korlát:** a járművek a vásárlók meglátogatása után abba a lerakatba érkeznek vissza, ahonnan elindultak:

$$\sum_{j=1}^{n_{customer}} x_{ij}^{kl} \leq 1 \quad \forall k \in V, \forall i \in C, \forall l \in D \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n_{customer}} x_{ij}^{kl} \leq 1 \quad \forall k \in V, \forall i \in C, \forall l \in D \quad (5)$$

**3. Korlát:** útvonal folytonosság:

$$\sum_{i=1}^{n_{customer}} x_{ij}^{kl} = \sum_{j=1}^{n_{customer}} x_{ij}^{kl} \quad \forall k \in V, \forall i, j \in C, \forall l \in D \quad (6)$$

**4. Korlát:** időablak:

$$a_i \leq y_i^{kl} \leq b_i \quad \forall k \in V, \forall i \in C, \forall l \in D \quad (7)$$

**5. Korlát:** alkörút elimináció:

$$y_i^{kl} - y_j^{kl} \leq M(1 - x_{ij}^{kl}) \quad \forall k \in V, \forall i, j \in C, \forall l \in D \quad (8)$$

**6. korlát:** jármű kapacitáskorlátja:

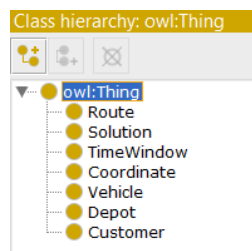
$$\sum_{j=1}^{n_{customer}} pd_j x_{ij}^{kl} \leq c_k \quad \forall k \in V, \forall l \in D, \forall i \in C \quad (9)$$

### 3. A többlerakatos, időablakos járatszervezési feladat ontológiai modellje

Az ontológia a szakterületek tudásábrázolására alkalmas, amely a témakör fogalmait és köztük lévő kapcsolatokat ábrázolja. Az ontológia építőelemei osztályok, az osztályok közti kapcsolatok, és az osztályok tulajdonságai. [12] Az ontológiák leírására leíró nyelveket használunk, ilyen leíró nyelv az OWL [13] is. A kutatásomban a Protége [14] ontológiai szerkesztővel alkottam meg a járatszervezési feladat ontológiai modelljét. Itt az osztályokat (Classes), skalár értékű tulajdonságokat (Datatype properties), az objektum értékű tulajdonságokat (Object properties), és egyedet (Entities) definiálhatunk.

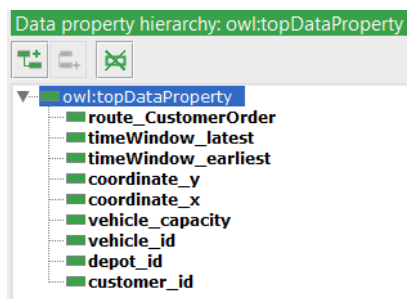
Az osztályok (Classes) a témakör főbb fogalmait szimbolizálják. Az osztályok egyedek halmazait tartalmazzák. OWL-ben a Thing osztály minden osztály őse. Az osztályok rendelkezhetnek skalár értékű tulajdonsággal (Datatype properties). Az objektum értékű tulajdonságok (Object properties) pedig kettő vagy több osztályt kapcsolnak össze, tehát kettő vagy több egyed közti kapcsolatot írnak le. Például a *hasId* egy adattag property (Datatype property), mert például a járműnek egy *xsd:int* típusú azonosítója van, de a *hasTimeWindow* egy objektum property (Object property), mert egy vásárlót és időablakot köt össze.

A 2. ábra az többlerakatos járatszervezés osztályait (Classes) mutatja. A *Route* osztály az útvonalat, a *Solution* a megoldást, a *TimeWindow* az időablakot, a *Coordinate* a koordinátát, a *Vehicle* a járművet, a *Depot* a lerakatot, a *Customer* a vásárlót jelenti.



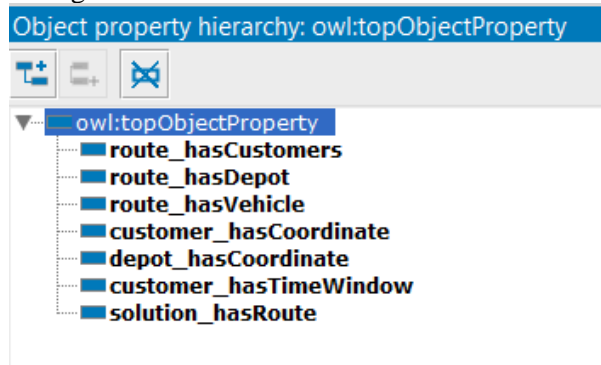
2. ábra. Osztályok (Classes)

A 3. ábra a skalár értékű tulajdonságokat (Datatype Properties) szemlélteti. A *route\_CustomerOrder* a vásárlók sorrendjét mutatja az útvonalban, a *timeWindow\_latest* és *timeWindow\_earliest* az időablak intervallumai, a *coordinate\_y* és *coordinate\_x* az *x* és *y* koordinátákat, a *vehicle\_capacity* a jármű kapacitáskorlátját, a *vehicle\_id* a jármű azonosítóját, a *depot\_id* a lerakat azonosítóját, a *customer\_id* a vásárló azonosítóját jelenti.



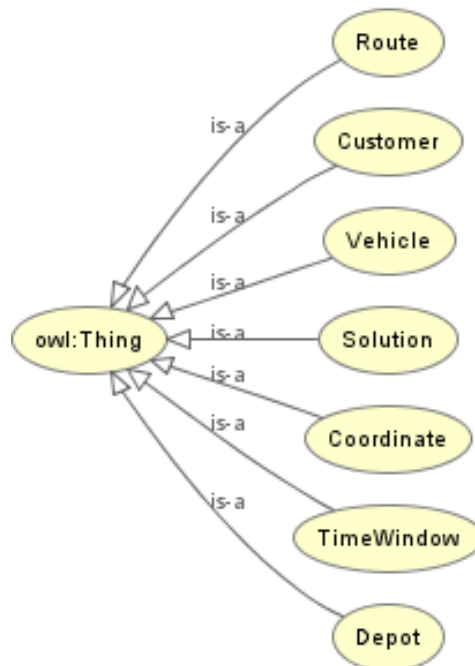
3. ábra. Adattag propertik (Data Properties)

A 4. ábrán az objektum értékű tulajdonságokat (Object Properties) láthatjuk. A *route\_hasCustomers* egy *Route* és *Customer* osztályt kapcsol össze, ezen vásárlók tartoznak egy körútba. A *route\_hasDepot* a *Route* és *Depot* osztályt kapcsolja össze, azaz egy körút lerakatát határozza meg. A *route\_hasVehicle* egy *Route* és *Vehicle* osztályt kapcsol össze, azt a járművet határozza meg, amivel ami az adott körutat megteszi.



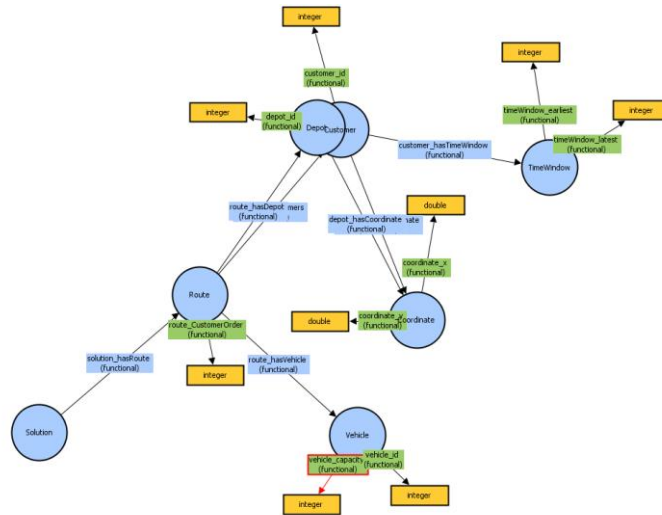
4. ábra. Objektum propertik (Object Properties)

Az 5. ábra az elkészült ontológiát az OWLViz [15] megjelenítővel mutatja. Itt láthatjuk az egyes osztályok kapcsolatát.



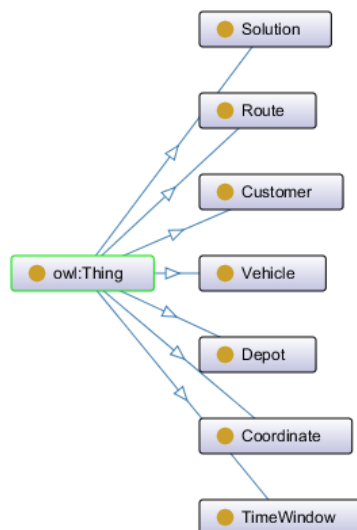
5. ábra. OWLViz ábrázolás

A VOWL [16] szintén az ontológiai vizualizációt szolgálja, de ez egy gráfban ábrázolja az ontológiát. Itt láthatjuk az egyes osztályokat (Class) az osztályok skalár és objektum értékű tulajdonságait, tehát a teljes rendszert. Hátránya, hogy nagyobb ontológiáknál a teljes rendszer egy „kusza” gráf.



6. ábra. VOWL ábrázolás

Az OntoGraph [17] szintén az ontológiai vizualizációját támogatja. A 7. ábra mutatja az elkészült vizualizációt.



7. ábra. OntoGraf ábrázolás

A létrehozott modell segítségével megfogalmazhatóak az adott feladathoz tartozó megkötések, általános szabályok. Emellett az ontológia alkalmas a rendszer konzisztenciájának ellenőrzésére is.

#### 4. Összefoglalás

A cikkben bemutattam a járatszervezési feladatot, majd a többlarakatos, időablakos járatszervezési feladat matematikai és ontológiai modelljét. Az ontológiai modell Protége szoftverrel készült, vizualizálásra az OWLViz, a VOWL és az OntoGraf vizualizációs eszközöket használtam.

#### 5. Köszönetnyilvánítás

A cikkben ismertetett kutató munka az EFOP-3.6.1-16-2016-00011 jelű „Fiatalodó és Megújuló Egyetem – Innovatív Tudásváros – a Miskolci Egyetem intelligens szakosodást szolgáló intézményi fejlesztése” projekt részeként – a Széchenyi 2020 keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

#### Irodalom

- [1] Kovács, L., Iantovics, L., & Iakovidis, D.: IntraClusTSP-An Incremental Intra-Cluster Refinement Heuristic Algorithm for Symmetric Travelling Salesman Problem. *Symmetry*, 10(12), 2018, 663. <https://doi.org/10.3390/sym10120663>
- [2] Renaud, J., Laporte, G., & Boctor, F. F.: A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 23(3), 1996, 229-235. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(95\)00026-P](https://doi.org/10.1016/0305-0548(95)00026-P)
- [3] Desrochers, M., Desrosiers, J., & Solomon, M.: A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations research*, 40(2), 1992, 342-354. <https://doi.org/10.1287/opre.40.2.342>
- [4] Li, F., Golden, B., & Wasil, E.: The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. *Computers & operations research*, 34(10), 2007, 2918-2930. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.11.018>
- [5] Crevier, B., Cordeau, J. F., & Laporte, G.: The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. *European Journal of Operational Research*, 176(2), 2007, 756-773. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.08.015>
- [6] Perboli, G., Tadei, R., & Vigo, D.: The two-echelon capacitated vehicle routing problem: Models and math-based heuristics. *Transportation Science*, 45(3), 2011, 364-380. <https://doi.org/10.1287/trsc.1110.0368>
- [7] Kuo, Y.: Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 59(1), 2010, 157-165. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2010.03.012>
- [8] Kovács, L., Varga, E. B., & Balla, T.: Efficiency analysis of ontology servers. In 2018 19th International Carpathian Control Conference (ICCC), 2018, 353-358. <https://doi.org/10.1109/CarpathianCC.2018.8399655>
- [9] Kovács, L., & Varga, E. B.: Ontológia-alapú nyelvtanuló rendszer nyelvtan-modellje. *A Magyar Tudomány Hete 2008 "A tudomány az élhető Földért"* konferenciasorozat, 2008, 219-226.
- [10] Bae, H., & Moon, I.: Multi-depot vehicle routing problem with time windows considering delivery and installation vehicles. *Applied Mathematical Modelling*, 40(13-14), 2016, 6536-6549. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.01.059>

- [11] Ombuki, B., Ross, B. J., & Hanshar, F.: Multi-Objective Genetic Algorithms for Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Applied Intelligence*, 24(1), 2006, 17-30.  
<https://doi.org/10.1007/s10489-006-6926-z>
- [12] Gruber, T.: *Encyclopedia of Database Systems - Ontology*, 2009, 1963-1965.  
[https://doi.org/10.1007/978-0-387-39940-9\\_1318](https://doi.org/10.1007/978-0-387-39940-9_1318)
- [13] OWL: <https://www.w3.org/OWL/> (Hozzáférés dátuma: 2020. 04. 24.)
- [14] Protége: <https://protege.stanford.edu/> (Hozzáférés dátuma: 2020. 01. 05.)
- [15] OWLViz: <https://github.com/protegeproject/owlviz> (Hozzáférés dátuma: 2020. 01. 05.)
- [16] VOWL: <http://vowl.visualdataweb.org/> (Hozzáférés dátuma: 2020. 01. 05.)
- [17] OntoGraph: <https://github.com/NinePts/OntoGraph> (Hozzáférés dátuma: 2020. 01. 05.)