

A Miskolci Egyetemi hosszú tanulmányi épület (A/2-A/1-A/3) rezgési frekvenciáinak mérése LDV módszerrel

Béres Miklós 

mérnök-tanár, Miskolci Egyetem, Fizikai és Elektrotechnikai Intézet, Fizika Tanszék
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: miklos.beres@uni-miskolc.hu

Jenyó Tamás 

villamosmérnök, Miskolci Egyetem, Fizikai és Elektrotechnikai Intézet, Fizika Tanszék
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: tamas.jenyo@uni-miskolc.hu

Paripás Béla 

PhD egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Fizikai és Elektrotechnikai Intézet, Fizika Tanszék
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: bela.paripas@uni-miskolc.hu

Absztrakt

LDV (Laser Doppler Vibrometer) interferométerrel mértük a Miskolci Egyetem hosszú tanulmányi épületének (A/2-A/1-A/3) keresztirányú rezgéseit. Ezeket az igen gyenge (kisebb mint $1 \mu\text{m}$ amplitúdójú) rezgéseket környezeti hatások (beleértve az épületen belüli emberi tevékenységeket is) generálják. A méréseket az épületen belülről, mobil rezgésmentes asztalra helyezett berendezéssel végeztük külső és belső tartófalakon. 7 mérési pont esetében a munkanapokon mért egyórás frekvencia spektrumok átlagait, 9 mérési ponton pedig a hétköznapi 24 órás frekvenciaspektrumok átlagait mutatjuk be. A mérések nagy részét a legfelső emeleten végeztük, ahol az egész épület rezgését jellemző 2,8 Hz-es rezgés amplitúdója maximális. Ez az amplitúdó az épületben lefelé haladva csökken, a talaj szintjén egészen nulláig. Mindeközben az egyes épületrészek rezgéseként azonosított 7 Hz körüli rezgések amplitúdója a középső szinteken a legnagyobb.

Kulcsszavak: Lézer Doppler-rezgésmérés, épületrezgések, környező rezgések

Abstract

The transversal vibrations of the long education building (A/2-A/1-A/3) of the University of Miskolc were measured by an LDV (Laser Doppler Vibrometer) interferometer. These very weak vibrations (less than $1 \mu\text{m}$ amplitude) are generated by ambient sources (including indoor human activities). The measurements were made inside the building on supporting walls; the device was on an anti-vibration table. In the case of 7 measuring points, the averages of one-hour frequency spectra (on work days); at the other 9 points, the averages of 24-hour frequency spectra (on work days) are shown. The majority of measurements were made on the top floor, where the 2.8 Hz vibration, which is characteristic of the complete building, has the maximal amplitude. Going downwards in the building, this amplitude decreases to zero at ground level. The amplitude of the vibrations around 7 Hz, identified as the vibrations of building parts, has a maximum at the intermediate floors.

Keywords: Laser Doppler vibrometry, building vibrations, ambient vibrations

1. Bevezetés

Korábbi cikkeinkben a (Béres et al., 2021; Béres et al., 2022) a Fizikai Tanszék lézerlaboratóriuma (A/2 épület, 3. emelet, 10. ajtó) falának rezgéseit elemeztük. A méréseket zömében LDV (Laser Doppler Vibrometer) módszerrel végeztük. Ezekben a mérésekben a lézerfényt visszaverő falfelület relatív mozgását mértük a rezgésmentes asztalokra helyezett (ezért mozdulatlanak tekintett) lézerforráshoz képest. Később beigazolódott, hogy ezek az asztalok a rezonanciafrekvenciájuk környezetében egyáltalán nem rezgésmentesek, sőt egy kb. 2,5 Hz szélességű tartományban még erősítik is a környezetük rezgéseit. Ez az erősítés a mobil rezgésmentes asztal esetében a 6-7 Hz-es tartományban volt a legjelentősebb. Emiatt a frekvencia spektrumokat ezek a tartományok dominálták, a tiszta falrezgések származtatásához ebben a tartományban csökkentenünk kellett a mért amplitúdókat a rezonanciagörbe menetének megfelelően.

A mért rezgések sebességamplitúdója csak ritkán éri el az 1 $\mu\text{m/s}$ körüli értéket, vagyis nagyságrendekkel kisebb az ember által érezhetőnél, vagy az épületet esetleg károsító rezgéseketől. Eddig azt tapasztaltuk, hogy a kisebb frekvenciák (<6 Hz) inkább az egész épületet jellemzik, ezek gerjesztő forrásai távoliak, környezeti eredetűek. Az ennél nagyobb frekvenciák inkább egyes elemek (falak, gerendák) rezgései lehetnek, ezeket közeli aktivitással (egy ember ugrál a tanszék előtti lépcsőn, néhány ember változó sebességgel mozog a labor előtti folyosón) is lehet gerjeszteni.

A fenti méréseinket egyetlen helyen, a Fizikai Tanszék lézerlaboratóriumában végeztük, többnyire az épület tengelyével párhuzamos folyosó oldali fal merőleges rezgéseit mértük 0,2-0,25 m magasságban. Ennek az egy falnak a rezgései azonban nem feltétlenül jellemzik az egész épület rezgéseit. Ehhez ki kell lépünk a laboratóriumból és a mobil asztalon elhelyezett LDV készülékkel végig kell mérnünk az épületet. Az épület rezgéseit gerjesztő környezeti hatások azonban folyamatosan változnak, a különböző időintervallumokban felvett spektrumok nagyon eltérő környezeti hatásokat tükrözhetnek. A különböző környezeti hatások nagyon eltérő frekvenciájú és amplitúdójú rezgéseket generálhatnak, ezért a pillanatnyi (értsd: legfeljebb néhány perces mérésekből kinyert) frekvenciaspektrumok nagy eltéréseket mutatnak. Ezek a különbségek a hosszabb (értsd: legalább egyórás) mérésekben már jól kiátlagolódnak. Végeredményben arra jutottunk (Béres et al., 2023), hogy a munkanapokon (az adott vizsgaidőszak egy hetében) mind a 24 órás, mind 9–16 óra között mért órás frekvenciaspektrumok viszonylag stabilak, különösen az 5 Hz alatti tartományban. Tehát az épület különböző pontjain különböző időpontokban (de munkanapokon) végzett mérések összehasonlíthatóak, ha azok vagy

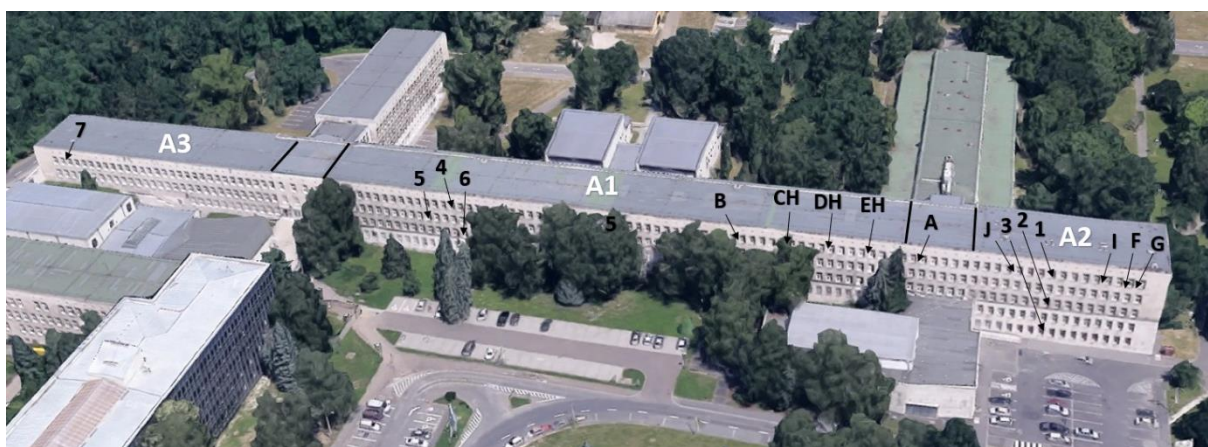
- a. egész napos mérések eredményei, vagy
- b. 9–16 óra között mért egyórás mérések eredményei.

Természetesen a szorgalmi-, a vizsga- és a nyári vakációs időszakokat nem szabad összehasonlítani, mert ezekben az időszakokban az egyetemi tanulmányi épületekben igen eltérő az emberi aktivitás. A szorgalmi időszakban figyelniük kell a tanulmányi órák kétórás periódusára is.

Megjegyezzük, hogy az épületek rezgési módusait elvben úgy is meg lehet mérni, hogy az épületen kívül elhelyezett LDV-eszközzel, egy vezérelt tükör segítségével végigszkeneljük az épület oldalát. Erre kisebb épületek esetében, a megfelelő eszközök birtokában van is esély (A. J. Bougard & B. R. Ellis, 2000; D. M. Siringoringo & Y. Fujino, 2009; Sztubecki, J. et al., 2020), bár az LDV-eszköz rezgésmentes elhelyezése mindenképpen szükséges. A mi esetünkben az épület nagysága és a szkenneléshez szükséges eszközök hiánya kizárta ezt a lehetőséget.

2. Mérési pontok a hosszú (A/2-A/1-A/3) tanulmányi épületben

A „hosszú” jelző indokolt, hisz az épület teljes hossza 263 m. Az épület szélessége a hosszának mintegy 6%-a (16,5 m). Az épületnek az első, A/2-nek nevezett része ötszintes. Az épület egy enyhe dombra fut fel, a középső A/1-es részen már eltűnik a legalsó szint, tehát csak 4 szintes az épület. Az A/3 részen pedig egy további szint is befut a dombra. Az épületrészek között a hátsó oldalon lépcsőházak vannak, amelyek a rezgési módusokat befolyásolhatják. Ráadásul a lépcsőházaknál a hosszú épülethez oldalszárnyak is csatlakoznak. Ezek az A/1-A/2 találkozásnál csak az alsó két szintet támasztják meg, tehát a felső három szintnek nincs oldaltámasza, viszont az A/1-A/3 találkozásnál az oldalszárny hátul a teljes magasságig ér.



1. ábra. A hosszú tanulmányi épület fényképe a mérési pontok helyeivel

A tanulmányi épület fényképén (1. ábra) bejelöltük a mérési pontokat is. A 3.1. fejezetben szereplő méréseket (munkaidőben végzett egyórás mérések átlaga) az épület belsejében (a folyosó hátsó oldalán) futó tartófalán végeztük. Ezek helyét az első homlokzatra vetítettük és számmal jelöltük. A 3.2. fejezetben szereplő méréseket (hétköznapi végzett 24 órás mérések átlaga) az épület valamelyik külső tartófalának belső oldalán végeztük. Ezek helyét az ábrán betűvel jelöltük. A hátsó homlokzaton lévő pontokat is az első homlokzatra vetítettük (és H-val jelöltük). Látható, hogy a mérési pontok a Fizikai Tanszéken (és közvetlen környezetében) sűrűsödnek be. Ennek – a kényelmi szempontok mellett – az oka, hogy a legfelső szinten vártuk a legnagyobb amplitúdójú rezgéseket. Az ábráról az is látható, hogy a III. emelet valójában nem a legfelső szint, fölötté még egy kisebb magasságú szint, a tetőtér is található. Így jelenleg a legfelső mérési pontunk kb. 4 méterrel van az épület teteje alatt. A rezgési módusok beazonosítása céljából nyilvánvalóan hasznos lenne a tetőtéri mérés is, de az ott uralkodó állapotok miatt erre eddig még nem vállalkoztunk.

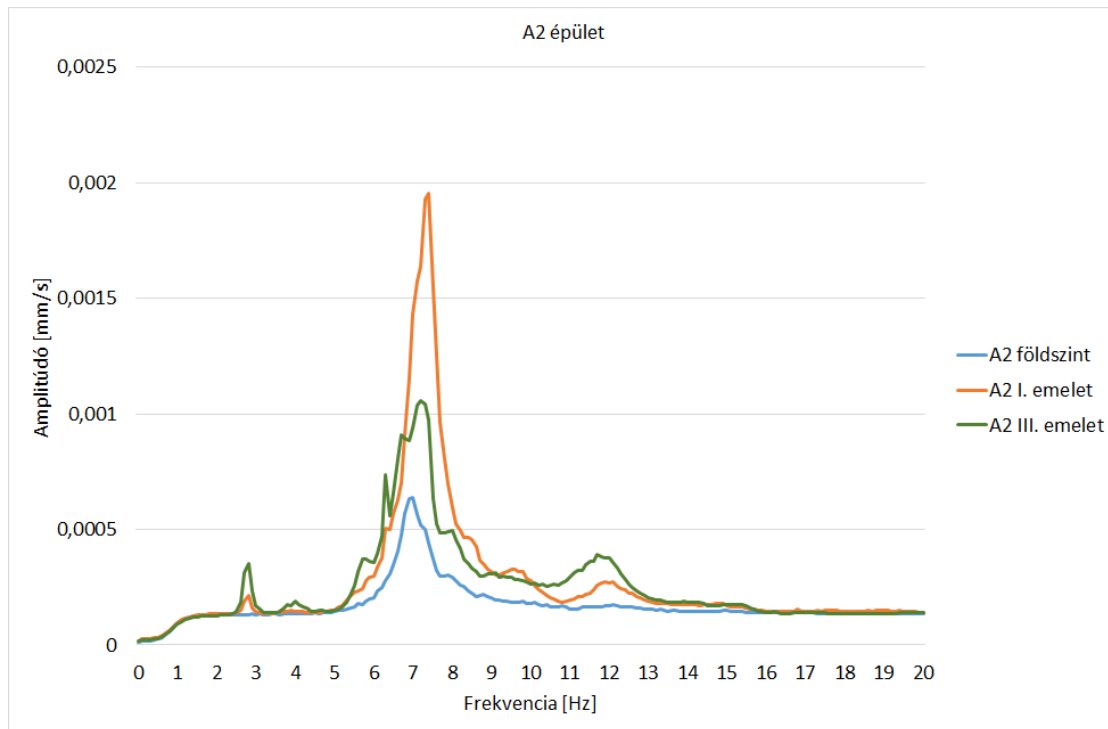
3. Mérési eredmények

3.1. Munkaidőben (9–16 óra között) végzett egyórás mérések

Az ebben a részben bemutatott spektrumokat hétköznapi 9–16 óra között végzett egyórás mérések átlagolásával nyertük. A méréseket a 2023/24. I. féléve vizsgaidőszakának a vége felé végeztük.

Először azt vizsgáltuk meg, hogy az alsóbb szinteken a lézertanlaboratórium alatti szobákban milyenek a rezgések. A kapott frekvenciaspektrumokat a 2. ábrán láthatjuk. Megjegyezzük, hogy az A/2 ötszintes

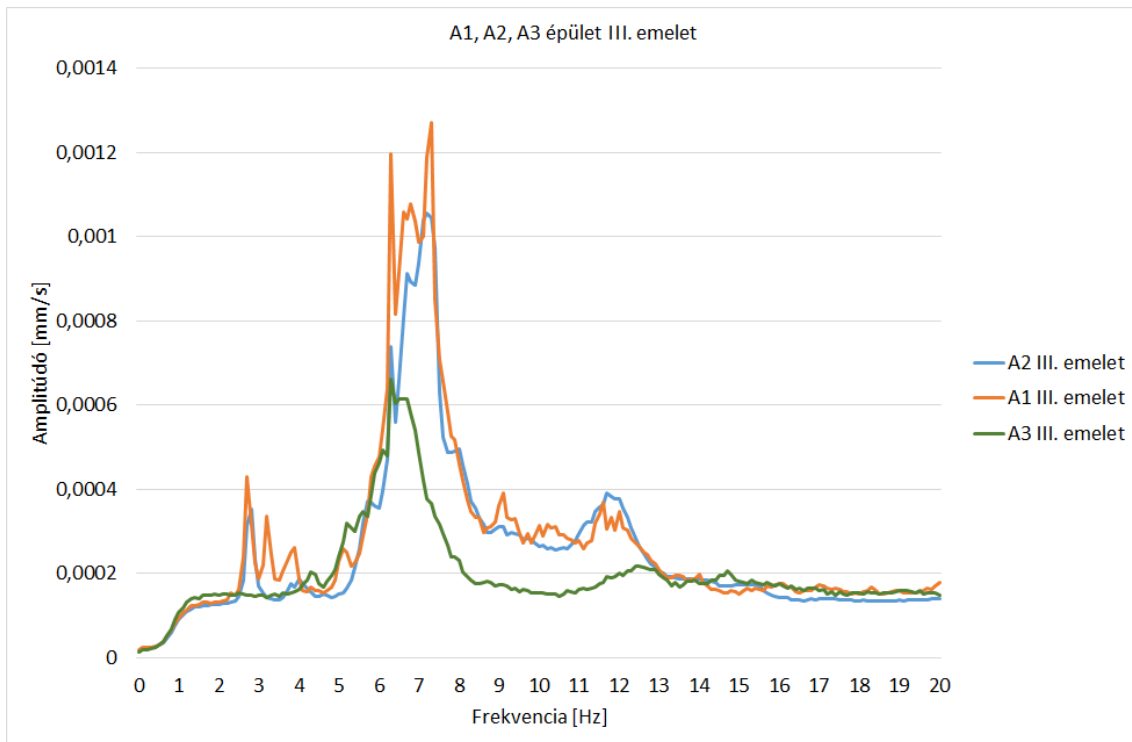
részén a földszint és az I. emelet között van egy magassföldszint is, tehát a mérési pontok kettő szintenként egymás alatti szobákban vannak.



2. ábra. Az A/2 épület keresztirányú rezgéseinek frekvenciaspektruma kettő szintenként egymás alatti szobákban mérve

Az ábráról leolvasható, hogy az egész épület rezgéseként azonosított 2,8 Hz-es rezgés amplitúdója lefelé haladva csökken, a földszinten teljesen el is tűnik. Ugyanez mondható el a 4,1-4,3 Hz környéki kisebb összetett csúcsról is. Lényegében ez jellemzi a rezonanciatartományba eső, az egyes épületelemek rezgéseiként azonosított csúcsokat is, egy igen erős kivétellel: a 7,3 Hz-es rezgést az I. emeleten sokkal erősebbnek mértük, mint a III. emeleten. A talajjal kontaktusban lévő földszint – ahogy ez várható is volt – alig mutat rezgéseket.

A következő lépésben megvizsgáltuk azt, hogy a hosszú tanulmányi épület legfelső emeletén végighaladva hogyan változnak a keresztirányú rezgések. Ahogy korábban is említettük, az épület egy enyhe dombba fut be, tehát az A/2-A/1-A/3 irányba haladva épületrészenként egy-egy szinttel csökken a magassága. A kapott frekvenciaspektrumokat a 3. ábrán mutatjuk. Látható, hogy az épület középső A/1-es része hasonló amplitúdóval rezeg, mint az A/2-es rész, és megtalálható benne minden frekvencia, ami az A/2-es részt jellemzi. Vannak benne azonban más frekvenciák is: 3,2 Hz és 3,8 Hz. A dombba beékelődött és egy oldalszárnnyal is megtámasztott A/3 oldalon viszont már nyomuk sincs ezeknek a frekvenciáknak, sőt hiányzik az épület minden nem földszinti részében jelen lévő 2,8 Hz-es csúcs is. Ezt a spektrumot egyébként a rejtélyes, este is kitartó 6,3 Hz-es rezgés dominálja. Ennek a rezgésnek a forrása jó eséllyel ezen a részen lehet.

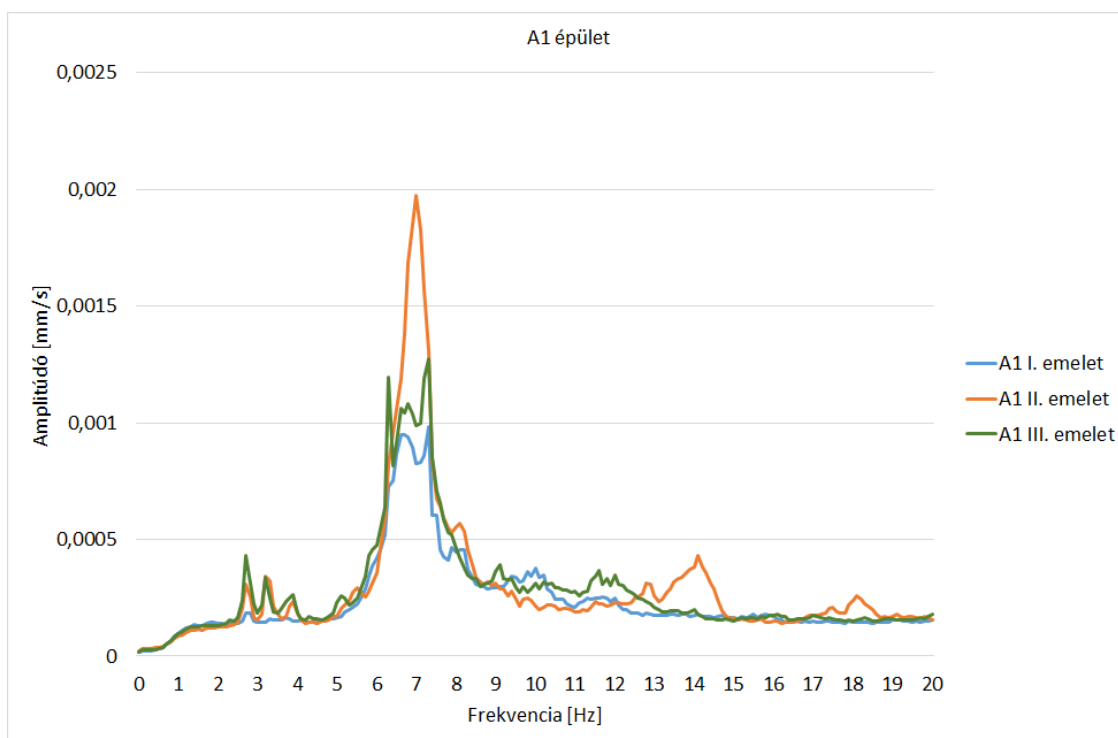


3. ábra. A hosszú tanulmányi épület legfelső emeletének 3 pontján mért keresztirányú rezgések frekvenciaspektrumai

Végül megvizsgáltuk azt, hogy a hosszú tanulmányi épület közepe táján, tehát az A/1 épület közepe táján, hogyan változik a rezgés az egymás alatti szinteken. A kapott frekvenciaspektrumokat a 4. ábrán láthatjuk. Itt az épület négyszintes, tehát csak a talajjal kontaktusban lévő földszinten nem mértünk.

Az ábra mutat néhány hasonlóságot a 2. ábrával. Először is az egész épület rezgése, a 2,8 Hz-es rezgés amplitúdója lefelé haladva itt is csökken, a legalsó mérési szinten (az itt az I. emelet) már alig mérhető. A III. emeleten mért 3,2 Hz és 3,8 Hz frekvenciájú csúcsok a II. emeleten még változatlan intenzitással vannak jelen, de az I. emeleten már hiányoznak. A középső mérési szintet – hasonlóan az A/2 épülethez – itt is dominálja egy 7 Hz körüli rezgés. Megjegyezzük, hogy a (Bosznay Á., 1962) irodalom szerint az egyik végén befogott, a másik végén szabad homogén rúd első két sajátfrekvenciájának a hányadosa 2,5 körüli, ami pontosan egyezik a $7/2,8$ aránnyal.

Az eddig bemutatott frekvenciaspektrumoknak a legkisebb frekvenciájú csúcsait, továbbá spektrumoknak a legnagyobb intenzitásúnak mért csúcsait az 1. táblázatban foglaljuk össze. A csúcsmagasságok természetesen a lineáris háttér fölött értendők. Ezt a háttérrel – amely a tapasztalataink szerint elektronikus eredetű – az 1–2 Hz és a 19–20 Hz közötti két kis intervallum adataira illesztett egyenes határozza meg.



4. ábra. Az A/1 épület keresztirányú rezgéseinek frekvenciaspektruma szintenként egymás alatti szobákban mérve

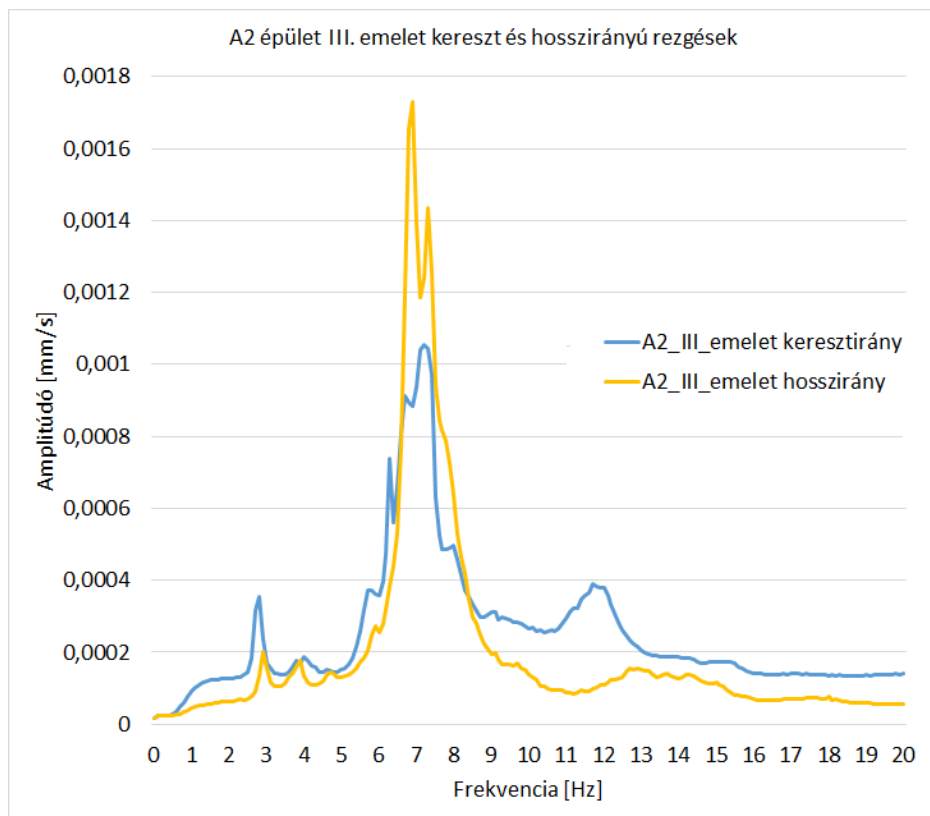
Amennyiben 10%-on belül volt a második legnagyobb magassága, akkor azt is feltüntettük. A legnagyobb csúcsok intenzitásai nem hasonlíthatók közvetlenül össze a legalsó, a 2,8 Hz körüli csúcs intenzitásával, ugyanis a „rezgésmentes asztal” a rezonanciatartományban – 5,6 Hz és 8,2 Hz között – felerősíti a rezgéseket. A maximális erősítés kb. 6,7 Hz-nél van és kb. ötszörös, a 6,3 Hz és 7,1 Hz értékeknél pedig kb. háromszoros (Béres et al., 2022).

1. táblázat. Az 2-4 ábrákon szereplő frekvenciaspektrumoknak a legkisebb frekvenciájú, valamint a legnagyobb intenzitású csúcsainak paraméterei

Mérési hely	Jelölés az 1. ábrán	Legalsó csúcs		Legnagyobb csúcs	
		Helye [Hz]	Magassága [10^{-4} mm/s]	Helye [Hz]	Magassága [10^{-4} mm/s]
A/2 III. em.	1	2,8	2,21	7,2	9,24
A/2 I. em.	2	2,8	0,83	7,4	18,24
A/2 fsz.	3		0	7,0	5,09
A/1 III. em.	4	2,7	2,83	7,3; 6,3	11,26; 10,51
A/1 II. em.	5	2,7	2,5	7,0	18,31
A/1 I. em.	6	2,9	0,23	7,3; 6,7	8,4; 8,04
A/3 III. em.	7		0	6,3, 6,7	5,13; 4,7

Ezek alapján állítható, hogy az A/1 és A/2 épületek III. emeletén a teljes épület rezgését mutató 2,8 Hz-es rezgés amplitúdója legfeljebb egy kettes faktorialal kisebb, mint a lokális rezgéseket jellemző 6,3–7,3 Hz-es rezgéseké. Sőt a kis frekvenciájú csúcs még dominálhat is, ha a kitérésamplitúdókat (A) tekintjük az ábrákon lévő sebességamplitúdók (v_{max}) helyett. Ugyanis $v_{max} = A \cdot \omega$, ezért pl. azonos sebességamplitúdók esetén a 2,8 Hz-es csúcs kitérésamplitúdója kb. kétszerese az 5,6 Hz-es csúcénak. Nézzük például a 3. ábrán lévő legmagasabb csúcsot, ami az A/1 III. emelet spektrumában 7,3 Hz-nél van és $12,76 \cdot 10^{-4}$ mm/s magas. A lineáris háttér itt kb. $1,5 \cdot 10^{-4}$ mm/s, tehát a nettó csúcsmagasság $11,26 \cdot 10^{-4}$ mm/s. Ez a csúcs rezonancia nélkül kb. 2-szer kisebb lenne (Béres et al., 2022), tehát csak $5,6 \cdot 10^{-4}$ mm/s. Ez az érték a 2,7 Hz-es csúcs $2,83 \cdot 10^{-4}$ mm/s magasságának kb. kétszerese. Az ezeknek megfelelő kitérésamplitúdó-értékek $1,7 \cdot 10^{-5}$ mm (2,7 Hz), illetve, $1,2 \cdot 10^{-5}$ mm (7,3 Hz), tehát ebben a spektrumban a kitérésamplitúdókat tekintve valóban a 2,7 Hz-es csúcs dominál.

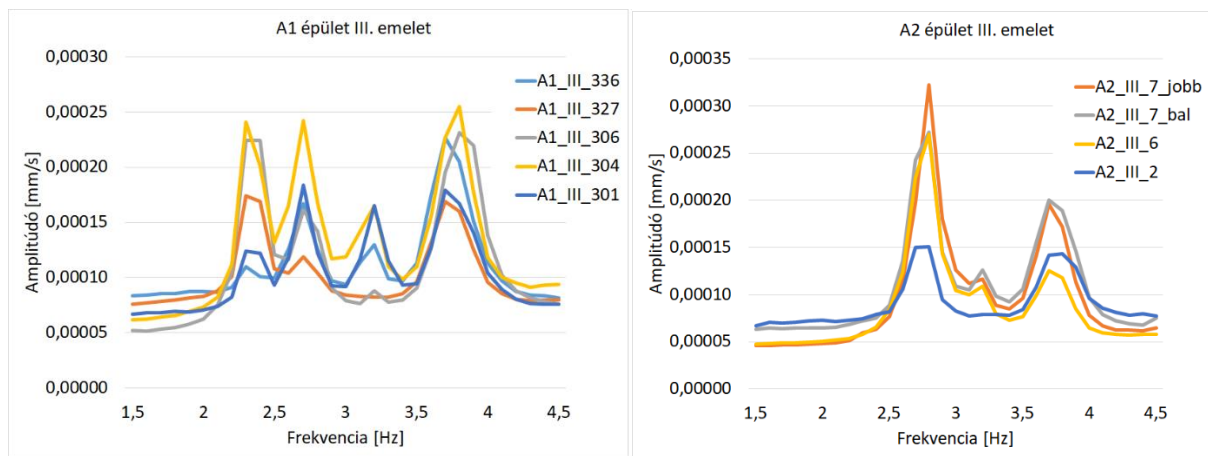
Bár e cikkben az épület keresztirányú rezgéseire koncentrálnak, néhány mérésben vizsgáltuk a hosszirányú rezgéseket is. Az 5. ábrán az A/2 épület folyosóját lezáró fal merőleges rezgéseit (ez jelenti az épület hosszirányú rezgését) vetettük össze a lézerlaboratórium folyosó oldali falának merőleges rezgéseivel (ez jelenti az épület keresztirányú rezgését). Látható, hogy az egész épület ($f < 5$ Hz) hosszirányban valóban sokkal kevésbé leng, mint keresztirányban, de azért a rezgésnek van hosszirányú komponense is. Az egyes épületelemek tekintetében ($f > 5$ Hz) azonban a hosszirányú rezgések nem maradnak el a keresztirányúaktól.



5. ábra. Az A/2 épület keresztirányú és hosszirányú rezgéseinek összehasonlítása

3.2. Egész napos mérések

A bevezetőben utaltunk arra, hogy a munkanapokon (legalábbis az adott vizsgaidőszak egy hetében) a 24 órás frekvenciaspektrumok is viszonylag stabilak, különösen az 5 Hz alatti tartományban. Ilyen méréseket már korábban is végeztünk, de nem az épület belsejében futó tartófalon, hanem az épület valamelyik külső tartófalának belső oldalán. Ebben a fejezetben ezekből a frekvenciaspektrumokból mutatunk be néhányat. Kizárólag az időben stabilabb, az egész épület(rész) rezgését bemutató 5 Hz alatti tartományra koncentráltunk. Ez a tartomány teljes egészében a mérőasztal rezonanciatartománya alatt van, így a csúcsok amplitúdói közvetlenül összehasonlíthatóak.



6. ábra. A külső tartófal kis frekvenciájú keresztirányú rezgéseinek frekvenciaspektruma néhány III. emeleti szobában mérve

A 6. ábrán bemutatott spektrumok mindegyike a Fizikai Tanszék helyiségeiben készült, a bal oldalon lévő 5 spektrum az A/1 épületben lévő szárnyban, a jobb oldalon lévő 4 pedig az A/2 épületben lévő szárnyban.

2. táblázat. A 6. ábrán szereplő frekvenciaspektrumoknak a legkisebb frekvenciájú, valamint a legnagyobb intenzitású csúcsainak paraméterei

Mérési hely	Jelölés az 1. ábrán	Legelső csúcs		Másik/legnagyobb csúcs	
		Helye [Hz]	Magassága [10^{-4} mm/s]	Helye [Hz]	Magassága [10^{-4} mm/s]
A/1 III. em. 336	A	2,3	0,23	3,7	1,4
A/1 III. em. 327	B	2,33	0,81	3,72	0,86
A/1 III. em. 306	CH	2,35	1,49	3,8	1,56
A/1 III. em. 304	DH	2,3	1,51	2,7; 3,8	1,52; 1,65
A/1 III. em. 301	EH	2,34	0,50	2,7; 3,2; 3,72	1,10; 0,91; 1,05
A/2 III. em. 7 jobb	F	2,8	2,62	3,72	1,36
A/2 III. em. 7 bal	G	2,78	2,00	3,73	1,28
A/2 III. em. 6	I	2,78	2,20	3,73	0,67
A/2 III. em. 2	J	2,75	0,72	3,75	0,40

Látszik, hogy a két szárny rezgései – az egybeépítettségük ellenére – jelentősen különböznek. Az A/2 épület külső falának rezgései igen hasonlóak az ebben a szárnyban lévő lézerlabor belső falának rezgéseivel (2. ábra – A/2 III. emelet), bár a két csúcs frekvenciáját most pár százalékkal kisebbnek mértük.

Az A/1 épület esetében azonban a külső falakon megjelent egy az eddigieknél kisebb, 2,3 Hz körüli rezgés is. Ez a rezgés teljesen hiányzik a belső tartófalakról (4. ábra). Felerősödött továbbá az A/2 külső falain még alig kivehető 3,2 Hz-es rezgés is. Összességében tehát az A/2 külső falaira jellemző 2,8 Hz – 3,7 Hz-es csúcspár az A/1 külső falain 0,5 Hz-cel lejjebb is megjelent.

Összefoglalás, következtetések

A Miskolci Egyetem hosszú tanulmányi épületében (A/2-A/1-A/3) összesen 16 mérési ponton mértük a falak keresztirányú rezgéseit. A belső tartófalakon (7 mérési pont) a munkanapokon mért egyórás frekvenciaspektrumok átlagait, a külső tartófalak belső oldalán (9 mérési pont) pedig a hétköznapi 24 órás frekvenciaspektrumok átlagait vettük. A mérések $\frac{3}{4}$ -ed részét a legfelső emeleten végeztük, ahol az egész épület rezgését jellemző 2,8 Hz-es rezgés amplitúdója maximális. Ez az amplitúdó az épületben lefelé haladva csökken, a talaj szintjén egészen nulláig. Az A/3 épületben azonban, amelyet egy oldalszárny teljes magasságáig megtámaszt, már a legfelső szinten is minimális a rezgés. A hosszú épület középső A/1-es részén a külső falakon találtunk egy kisebb, 2,3 Hz körüli frekvenciájú rezgést is. Ez a rezgés nincs jelen az A2 és A3 épületrészekben, sőt az A/1 belső tartófalain sem.

Az egyes épületrészek rezgéseként azonosított 7 Hz körüli rezgések a kisebb frekvenciájú rezgésektől több szempontból is eltérnek. Egyrészt eltérő magasságfüggésük, mivel az amplitúdójuk a középső szinteken nagyobb, mint a felső szinten. Másrészt ezeknek a rezgéseknek a hosszirányú komponense is legalább olyan erősségű, mint a keresztirányú.

Irodalom

- [1] Béres M., Jenyó T., Majár J., Paripás B. (2021). A Miskolci Egyetem A/2 épülete rezgéseinek mérése lézerinterferometrius módszerekkel. *Multidiszciplináris Tudományok: A Miskolci Egyetem közleménye*, 11 (5), 195–205, <https://doi.org/10.35925/j.multi.2021.5.20>
- [2] Béres M., Jenyó T., Paripás B. (2022). Épületrezgések lézerinterferometrius mérése rezgésmentes asztalról. *Multidiszciplináris Tudományok: A Miskolci Egyetem közleménye*, 12 (2), 287–294. <http://doi.org/10.35925/j.multi.2022.2.25>
- [3] Béres M., Jenyó T., Paripás B. (2023). Az egyetemi A/2 épület LDV módszerrel mért rezgéseinek időbeli változásai. *Multidiszciplináris Tudományok: A Miskolci Egyetem közleménye*, 13 (1), 197–205, <http://doi.org/10.35925/j.multi.2023.1.14>
- [4] Bougard, A. J., Ellis, B. R. (2000) Laser measurement of building vibration and displacement. *Shock and Vibration*, 7, 287–298, <https://doi.org/10.1155/2000/142757>
- [5] Siringoringo, D. M., Fujino, Y. (2009). Noncontact Operational Modal Analysis of Structural Members by Laser Doppler Vibrometer. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 24 (4), 249–265, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CP.1943-5487.0000854](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000854)
- [6] Sztubecki, J., Bujarkiewicz, A., Derejczyk, K., Przytula, M. (2020). Displacement and deformation study of engineering structures with the use of modern laser technologies. *Open Geosciences*, 12 (1), 354–362, <http://doi.org/10.1515/geo-2020-0051>
- [7] Bosznay, Á. (1962). *Műszaki rezgéstan*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó