

BONYOLULT KERESZTMETSZET OPTIMALIZÁLÁSA KUHN–TUCKER-MÓDSZER SEGÍTSÉGÉVEL

Besenyei István 

PhD-hallgató, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Intézet
3515 Miskolc-Egyetemváros, istvanbesenyei97@gmail.com

Bihari Zoltán 

egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Intézet
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: zoltan.bihari@uni-miskolc.hu

Absztrakt

A végeelem-programok használata sok esetben jelentősen megkönnyítheti egyes tervezési feladatok megoldását. Ezek a programok lehetővé teszik, hogy az akár hosszú levezetésű kézi számolások helyett akár néhány peremfeltétel megadásával gyorsan és rövid időn belül el lehet végezni egy meglévő háromdimenziós modellen a szükséges szilárdsági ellenőrzéseket, esetleg optimalizálni a modell egyes geometriai méreteit. Az ipari szférában előszeretettel alkalmaznak gépépítő alumíniumprofilokat, amelyek bonyolult geometriával rendelkeznek. Vita tárgyát képezheti, hogy ezeken a profilokon lehet-e további optimalizálási vizsgálatokat végezni úgy, hogy még kedvezőbb geometriai kialakítást lehessen kapni. Ez a cikk bemutatja az optimalizációs folyamat lépéseit, amely során a végeredmény természeténél fogva a kereskedelmi forgalomban beszerezhető profilgeometriát eredményezi. Ennek ténye igazolja a módszer helyességét.

Kulcsszavak: topológiai optimalizálás, profil, Bosch, véges elem, FEM

Abstract

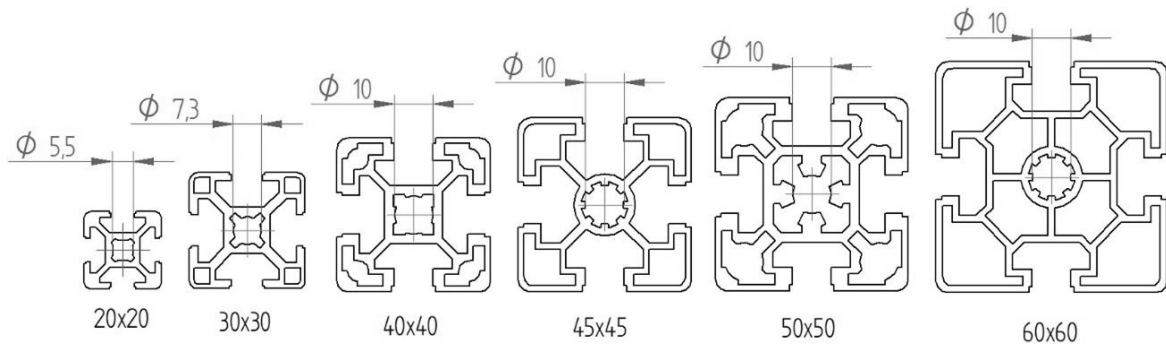
In many cases, the use of finite element programs can make some design tasks much easier. These programs make it possible to quickly and quickly perform the necessary strength checks on an existing three-dimensional model, or even to optimise certain geometric dimensions of the model, by entering a few boundary conditions instead of lengthy manual calculations. In the industrial sector, aluminium profiles with complex geometries are often used in mechanical engineering. It is debatable whether these profiles can be subjected to further optimisation tests in order to obtain an even more favourable geometry. This paper describes the steps in the optimisation process, whereby the end result is inherently the profile geometry that is commercially available. The fact that this is the case demonstrates the validity of the method.

Keywords: topological optimization, profile, Bosch, finite element, FEM

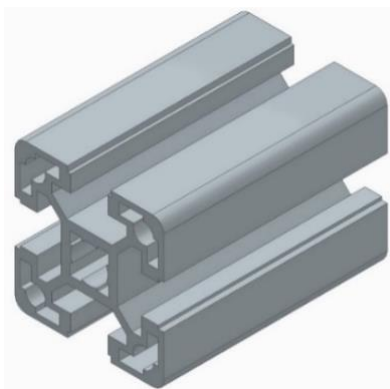
1. Bevezetés

A gépépítő alumíniumprofilok az egyik leggyakrabban használt ipari építőelemek közé tartoznak. Nagyon sokféle megjelenésük lehet, pl.: négyzet, téglalap vagy kör keresztmetszetűek. Az ipari

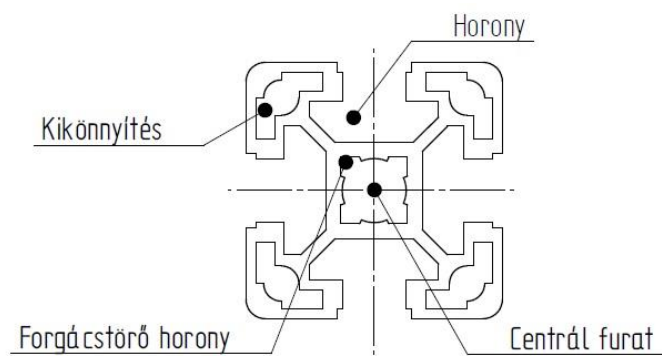
területen előszeretettel alkalmazzák a Bosch 4040 keresztmetszet jelölésű négyzet szelvényű profilt (1. ábra, 2. ábra).



1. ábra. Négyzet keresztmetszetű Bosch kompatibilis gépépítő alumíniumprofilok (Rexroth Bosch Group, 2024)



2. ábra. Bosch 4040 3D-s modellje [7]



3. ábra. Bosch 4040 profil keresztmetszete

A Bosch 4040 profil keresztmetszete bonyolult geometriai felépítésű (3. ábra):

1. A profil közepén lévő centrál furatban menetes furat alakítható ki.
2. A menetfűrés megkönnyítéséhez a furat körül úgynevezett forgácstörő hornyok vannak. Ezek a hornyok lehetővé teszik a Bosch profilhoz társítható S-jelű önmetsző központi csavar (pl. S6) kézzel történő behajtását. Ezek a csavarok a 6 [mm]-es, 8 [mm]-es és 10 [mm]-es Bosch kompatibilis horonyprofilokhoz kaphatóak. Az így kialakított menetes furat menetformázással készül.
3. A profil négy oldalán fellelhető hornyok befogadó részként szolgálnak. Ezekbe a hornyokba különböző horonyanyák, illetve kalapácsfejú csavarok (vagy T-csavarok/anyák) helyezhetők el, és ezek segítségével a profilt más kötőelemekhez, vagy profilokhoz lehet csatlakoztatni.
4. A profil négy sarkán könnyítések (vagy további hornyok) találhatóak. Ezek a részek is csatlakozó felületként szolgálnak, mert egyéb tartozékokat, pl. profilvég zárófedeleket vagy más kiegészítőket lehet csatlakoztatni, de leginkább a profil tömegének csökkentésére szolgálnak.

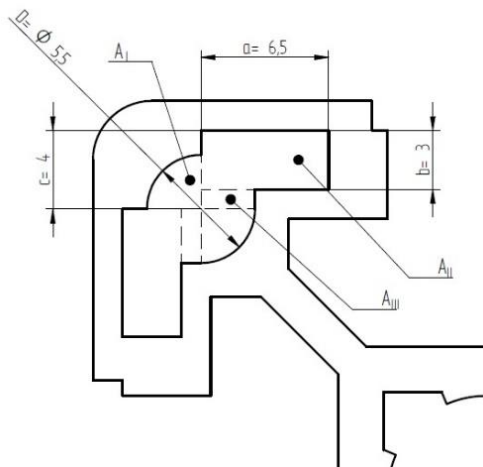
A profilokkal kapcsolatban felmerülhet az a kérdés, hogy lehet-e tovább csökkenteni az egységnyi hosszra vonatkoztatott tömegét, vagy akár azt az optimális kivágást (könnyítést) megtalálni, amellyel az adott profil teherbírása bizonyos határokon belül a legjobb.

2. Kivágás területének meghatározása

A végeselemes vizsgálatokban a Kuhn–Tucker-módszer használata lehetővé teszi különböző geometriák optimalizálását, ahol a cél az anyag elosztása, alakja vagy más paraméterek optimalizálása a szerkezet vagy rendszer viselkedésének javítása érdekében. Az eljárás segítségével a mérnökök biztosítani tudják, hogy az előre meghatározott fizikai és geometriai korlátok betartásra kerüljenek. Ez a módszert alkalmaznak ítélem a gépépítő alumíniumprofilok ideális geometriájának keresésére.

A Kuhn–Tucker optimalizálási feltételekre jó példa lehet egy üdítő doboz térfogatának optimalizálása, amikor úgy választjuk meg a vizsgált hengeres doboz térfogatát, hogy a lehető legtöbb üdítő férhessen bele. Ebben az esetben felírható egy célfüggvény a térfogatra, ami tartalmazza a geometriai adatokat. Ezek ismeretében az explicit és implicit feltételek megadásával kézi számolással is el lehet végezni az optimalizálást két változóra (Szabó, 2018 és 2019).

A Bosch kompatibilis profil kivágása esetén meglehetősen nehéz felírni olyan összefüggést, ami kapcsolatban állna a profilban ébredő feszültséggel. Ezért az optimalizálást máshonnan kell megközelíteni.



4. ábra. Bosch 4040 profil kivágásának méretei

A vizsgált kivágás alakja szimmetrikus, az alakzat felépítése a 4. ábra szerint két negyedkörből (1) és két-két darab téglalapról (2) (3) áll (4. ábra).

I. rész (egy negyedkör):
$$A_I = \frac{1}{4} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = \frac{D^2 \cdot \pi}{16} \text{ [mm}^2\text{]} \quad (1)$$

II. rész (nagyobb téglalap):
$$A_{II} = a \cdot b \text{ [mm}^2\text{]} \quad (2)$$

$$\text{III. rész (kisebb téglalap):} \quad A_{III.} = \frac{D}{2} \cdot (c - b) \text{ [mm}^2\text{]} \quad (3)$$

Az összes terület:

$$A_{\text{össz}} = 2 \cdot [A_I. + A_{II.} + A_{III.}] = 2 \cdot \left[\frac{D^2 \cdot \pi}{16} + a \cdot b + \frac{D}{2} \cdot (c - b) \right] \text{ [mm}^2\text{]} \quad (4)$$

Az optimalizálási feladatot egyváltozós esetre néztük, azonban a kivágás alakját tekintve több változó is rendelkezésre áll. Ebben az esetben az egyes paramétereket a kivágás furatának átmérőjéhez viszonyítva közelítő függvényekkel meg lehet adni:

$$a \approx D \quad (5)$$

$$b \approx 0,5 \cdot D \quad (6)$$

$$c \approx 0,75 \cdot D \quad (7)$$

A fenti összefüggéseket behelyettesítve az összes terület felírható az átmérő paraméterével:

$$A_{\text{össz}} = 2 \cdot \left[\frac{D^2 \cdot \pi}{16} + D \cdot 0,5 \cdot D + \frac{D}{2} \cdot (0,75 \cdot D - 0,5 \cdot D) \right] \approx 1,643 \cdot D^2 \text{ [mm}^2\text{]} \quad (8)$$

Vizsgálati paraméterek:

A vizsgálat típusának a befalazott tartó esetét választottuk, mivel a profil karcsú alakjára a lehajlás vizsgálata jobban illik, mintha tengelyirányú nyomásnak lenne kitéve az adott profil.

Célfüggvény (kivágás területe):

Az optimalizálás során használt célfüggvény a korábbiak ismeretében:

$$f(A) = 1,643 \cdot D^2 \text{ [mm}^2\text{]} \quad (9)$$

3. Optimalizálási folyamat leírása

1. lépés:

Legyen $D = 1$ [mm]. Ebben az esetben a kivágás méretei és területe meghatározható. Ekkor a profil egyik végét rögzítjük, mint befalazott konzolos tartót, a szabadon hagyott végére pedig egy 2000 [N] terhelőerőt helyezünk el. Megnézzük a legnagyobb lehajlás értékét és a legnagyobb feszültséget, ami ebben az esetben jelentkezik. Az eredményeket rögzítettük.

2. lépés:

Legyen $D = 1 + 0,5$ [mm]. Erre az esetre is elvégezzük az előbb említett vizsgálatot, majd minden egyes vizsgálati esetben az átmérő értékét növeljük 0,5 [mm]-rel és futtatjuk a szimulációt.

3. lépés:

Ha elérjük lehajlásnál azt a kritikus feszültséget, ami a profil anyagának folyáshatárához tartozik, akkor az a kritikus határ, vagyis az eggyel előtte lévő pontban találjuk a kivágáshoz tartozó optimális átmérőt.

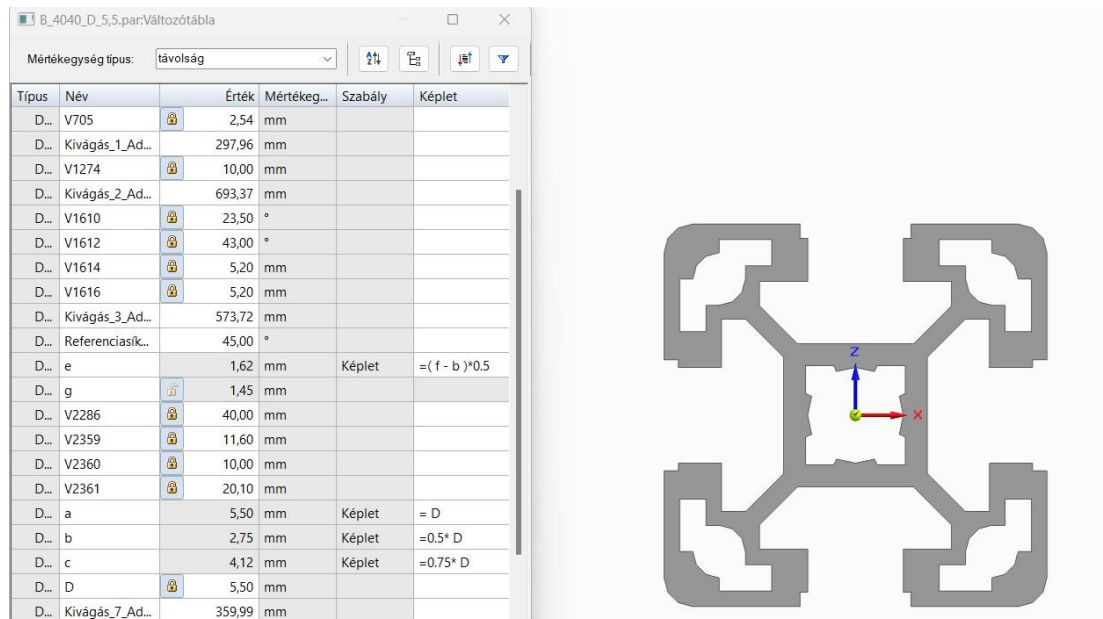
Az alábbi táblázat a vizsgált profil anyagjellemzőit és a vizsgálat többi adatát tartalmazza:

1. táblázat
Profil anyagára és a vizsgálatra vonatkozó adatok

Profil:	–	Bosch kompatibilis
Keresztmetszet:	–	4040
Hossz:	L [mm]	250
Terhelőerő (F)	F [N]	2000
Anyagmegjelölés:	–	AlMgSi 0,5 F25
Anyagszám:	–	3.3206.7
Szakítószilárdság:	R_m [N/mm ²]	250
Egyezményes folyáshatár:	$R_{p0.2}$ [N/mm ²]	200
Felületi keménység:	–	300 HV
Sűrűség:	ρ [kg/m ³]	2700
Poisson-tényező	ν [–]	0,33

4. A háromdimenziós modell

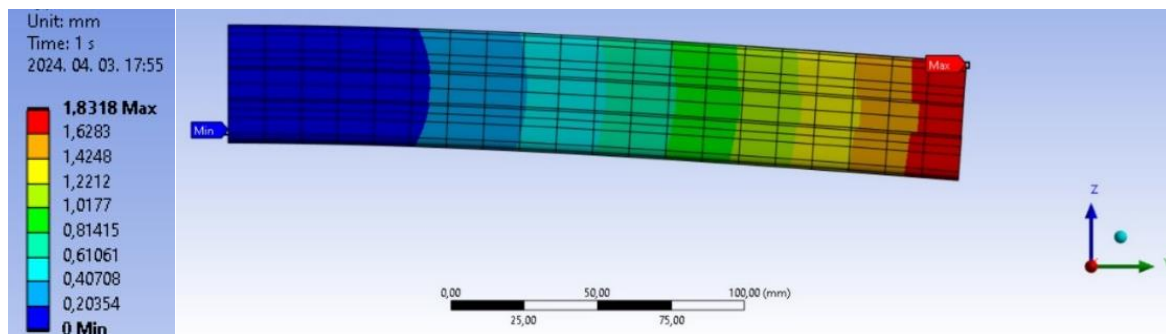
A gyártó honlapjáról letöltött szabványos Bosch 4040 keresztmetszetű profil alapján felépítettük a profil háromdimenziós modelljét a Solid Edge tervezőprogramban. Az újrarajzolásnak köszönhetően a vizsgált kivágás méretei megadhatók képletekkel is a „Változó tábla” ablakon belül. Mivel a kivágás minden mérete csak a D átmérőtől függ, ezért csak ennek az egy változónak az értékét kell változtatni az egyes vizsgálati esetekben (5. ábra).



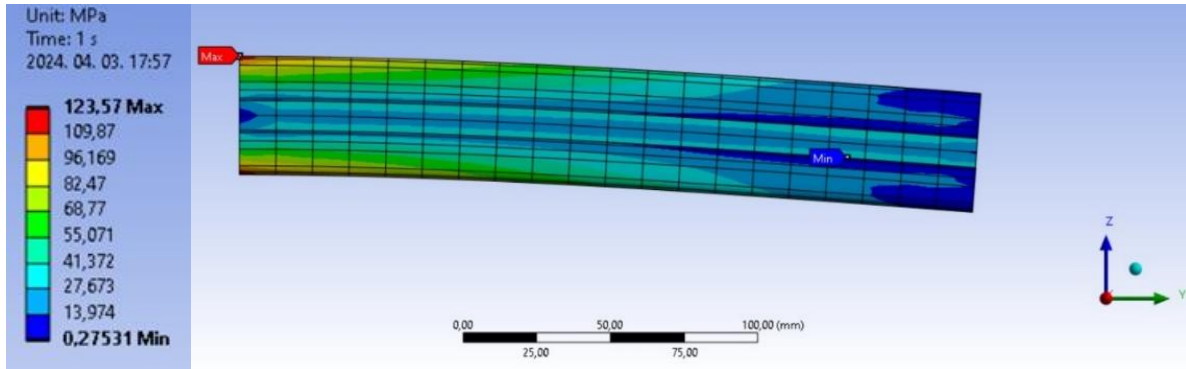
5. ábra. Bosch 4040 profil változótáblával

5. Végelem-rendszer

A megszerkesztett háromdimenziós modellt az Ansys nevű programban végelem modelleztük (Szabó és Várkuliné Szarka, 2019; Lee, 2023). Anyagmegadás, az Ansys rendszer által automatikusan felajánlott hálózás és a peremfeltételek (2. táblázat) megadása után rövid számítási idő elteltével megkaptuk egy profil lehajlásához tartozó feszültség értékét, valamint a lehajlást [mm]-ben (6. ábra, 7. ábra) (Huei, 2023).



6. ábra. Profil teljes deformációja



7. ábra. Profilban ébredő feszültségek

A végelem-vizsgálatok során négyzet alakú hálózást alkalmaztam, amit a rendszer automatikusan felajánlott. Az elemszám 3100–3600 között, míg a csomópontok száma 16 895–21 472 között változott.

Az eredmények vizsgálatokor két szempontot ellenőriztünk minden esetben:

- a) Egyrészt a profilban ébredő feszültségek ne érjenek el egy általunk előre önkényesen felvett megengedett feszültséget. A szakirodalmi ajánlások alapján a biztonsági tényező 1,2...2 közötti értéket vehet fel, ezért 1,6-os biztonsági tényezővel az alábbi értéket kaptuk a megengedhető feszültségre:

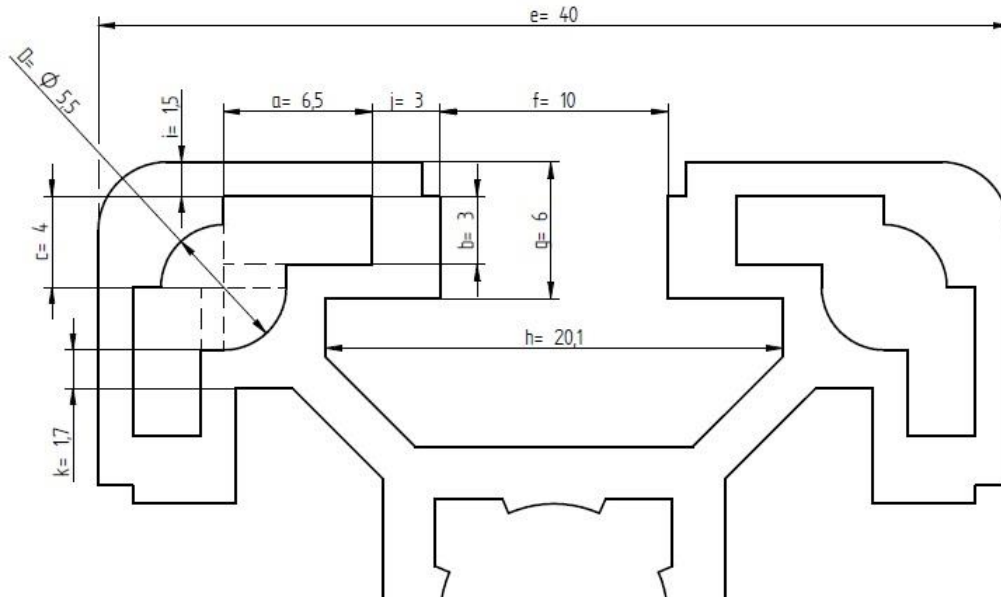
$$\sigma_{\text{meg}} = \frac{R_{p0,2}}{s} = \frac{200 \text{ [MPa]}}{1,6 [-]} = 125 \text{ [MPa]} \quad (10)$$

- b) Gyártástechnológiai oldalról nézve a különböző keresztmetszetű Bosch kompatibilis profilok 1–1,6 [mm]-es falvastagságokkal rendelkeznek a sarokpontokban elhelyezkedő hornyok környékén. A vizsgált horonynak három olyan távolságot (i, j, k) adtunk meg az anyag szélétől, amiknek a méretei fokozatosan csökkennek, ahogy a horony méretei nőnek a vizsgálat alatt. Ezeknek a méreteknak minimálisan az alsó határt, vagyis az 1 [mm] falvastagságot választottuk.

2. táblázat
Peremfeltételek

Megengedhető feszültség:	σ_{meg} [N/mm ²]	125
Min. peremvastagság:	i [mm]	1
Min. peremvastagság:	j [mm]	1
Min. peremvastagság:	k [mm]	1

A horony méreteit egy változóval, vagy „D”-vel adtuk meg, és mindaddig növeltük a „D” értékét 0,5 [mm]-rel, amíg a megadott peremfeltételeket túl nem léptük.



8. ábra. Vizsgált méretek és alap értékek

6. Lehajlásból származó eredmények

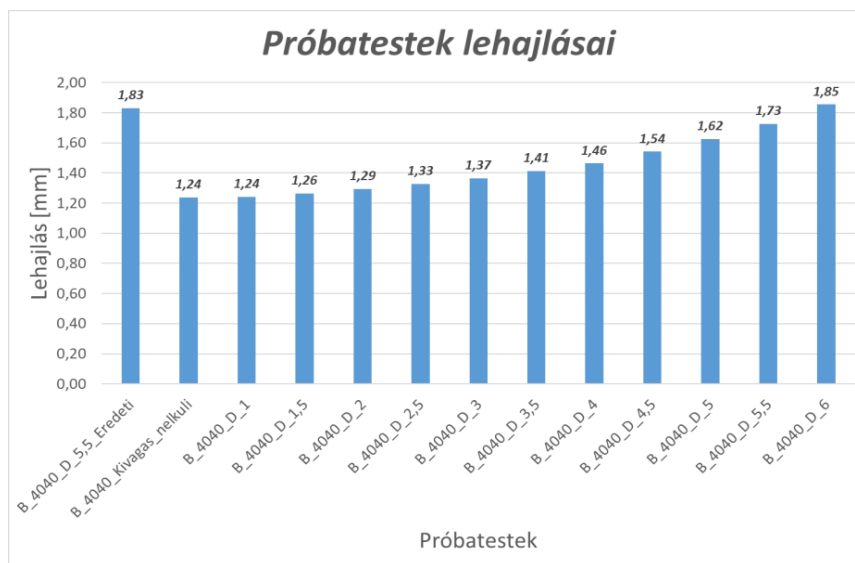
A kapott adatokat egy táblázatban összesítettük (3. táblázat). Minden egyes próbatest futtatásakor a háromdimenziós modelltől anyagmegadás után a tömegét meg lehetett határozni, valamint egy darab kivágás területét is ki lehet minden esetben számolni.

3. táblázat. Lehajlás vizsgálat eredményei

Sz.	Megnevezés	D [mm]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	i [mm]	j [mm]	k [mm]	A _{össz} [mm ²]	m _{profil} [kg]	Lehajlás [mm]	σ_{hj} [N/mm ²]
1.	B_4040_D_5,5_ Eredeti	5,50	6,50	3,00	4,00	1,50	3,00	1,70	56,38	0,38	1,83	123,57
2.	B_4040_Kivagas_ nélkuli	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	12,00	6,95	0,00	0,53	1,24	82,15
3.	B_4040_D_1	1,00	1,00	0,50	0,75	2,75	10,50	5,95	1,64	0,52	1,24	101,48
4.	B_4040_D_1,5	1,50	1,50	0,75	1,13	2,63	9,75	5,45	3,70	0,52	1,26	105,05
5.	B_4040_D_2	2,00	2,00	1,00	1,50	2,50	9,00	4,95	6,57	0,51	1,29	89,55
6.	B_4040_D_2,5	2,50	2,50	1,25	1,88	2,38	8,25	4,45	10,27	0,50	1,33	91,09
7.	B_4040_D_3	3,00	3,00	1,50	2,25	2,25	7,50	3,95	14,78	0,49	1,37	94,14
8.	B_4040_D_3,5	3,50	3,50	1,75	2,63	2,13	6,75	3,45	20,12	0,47	1,41	96,81
9.	B_4040_D_4	4,00	4,00	2,00	3,00	2,00	6,00	2,95	26,28	0,46	1,46	122,00

10.	B_4040_D_4,5	4,50	4,50	2,25	3,38	1,88	5,25	2,45	33,26	0,44	1,54	106,54
11.	B_4040_D_5	5,00	5,00	2,50	3,75	1,75	4,50	1,95	41,07	0,42	1,62	113,07
12.	B_4040_D_5,5	5,50	5,50	2,75	4,13	1,63	3,75	1,45	49,69	0,39	1,73	116,88
13.	B_4040_D_6	6,00	6,00	3,00	4,50	1,50	3,00	0,95	59,14	0,37	1,85	127,22

Az egyes próbatetek különböző kivágásterülettel rendelkeznek, ezért eltérő lehajlásértékeket fognak mutatni. Az eredeti profil és a vizsgált próbatetek lehajlásértékeit oszlopdiagram formájában is ábrázoltuk (9. ábra).



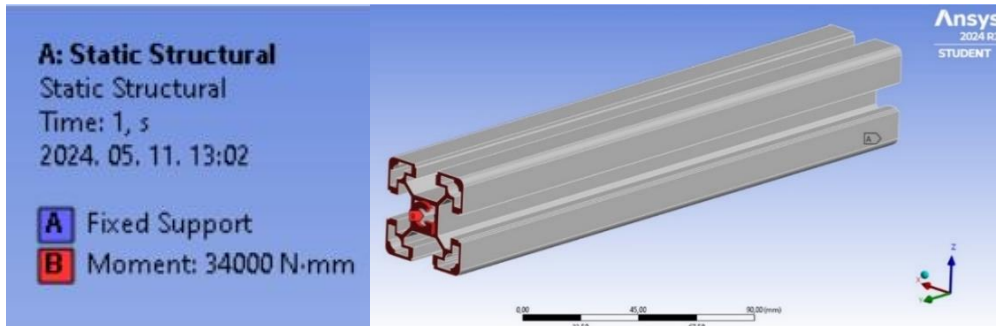
9. ábra. Próbatetek lehajlásai

A táblázatban a lehajlások és a feszültségek maximális értékeit tüntettük fel. Jól látszik, hogy a „B_4040_D_6”-os próbatest mind a megengedhető feszültség, mind pedig minimális falvastagság szempontjából is túllépte a peremfeltételeket. Ezért optimális megoldásnak a „B_4040_D_5,5” próbatestet választottuk.

7. Ellenőrzés csavarásra

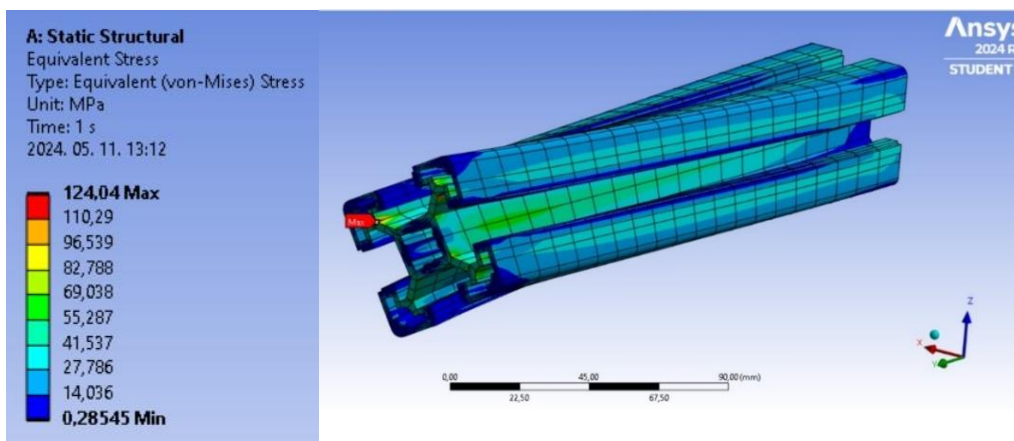
A következő lépésben összehasonlítottuk az eredeti profilt (B_4040_D_5,5_Eredeti), az optimálisnak vélt próbatestet (B_4040_D_5,5) és peremfeltételeket túllépő próbatestet (B_4040_D_6) csavarás szempontjából.

Ebben az esetben is az egyik végén befalazott tartó esetét választottuk, viszont most a tartó szabad vége nem hajlításnak, hanem csavarásnak van kitéve (10. ábra).



10. ábra. Peremfeltételek a modellen

A szabad vég felületére elhelyezett csavarónyomaték értékét 34 000 [Nmm]-re választottuk, mivel az eredeti próbatesten elvégzett végeselem-szimulációnál a csavarásból származó feszültségek körülbelül azonos értéket vesznek fel, mint lehajlás esetében (annyi különbséggel, hogy máshol jelentkeznek a modellen ezek az értékek) (11. ábra).



11. ábra. Csavarás modellje

Az alábbi összefoglaló táblázatban a csavaráskor vizsgált 3 db próbatestre kapott eredményeket tüntettük fel a korábbi lehajlásvizsgálat eredményeivel, illetve az utólag vizsgált csavarás eredményeivel együtt:

4. táblázat

Az optimalizálás eredményei

Sorszám	Próbatestek	σ_{hj} [N/mm ²]	τ_{cs} [N/mm ²]
1.	B_4040_D_5,5_Eredeti	123,57	124,04
2.	B_4040_D_5,5	116,880	126,81
3.	B_4040_D_6	127,220	201,06

A táblázat első sorában az eredeti 4040 keresztmetszetű Bosch kompatibilis profilban ébredő (von Mises) feszültségek szerepelnek hajlítás és csavarás esetén. A második zölddel kiemelt adat az optimálisnak

vélt próbatestre vonatkozik, míg a pirossal a vizsgálati peremfeltételeknek meg nem felelt próbatestet tüntettük fel.

8. Összegzés

Ez a tanulmány jó lehetőséget adott arra, hogy a végeselem-analízis segítségével tapasztalatot szerezzünk az optimalizációs feladatok megoldására. A későbbiek folyamán ezen elvek felhasználásával fogjuk a meglévő geometria alapján az ideális profilt keresni.

Természetesen miközben a vizsgálat során csak a lehajlásból, illetve a csavarásból származó feszültségeket néztük, növeltük ennek a kikönnnyítésnek a méreteit. Más terhelési esetek, illetve igénybevételek modellezésére a jövőben kerítünk sort.

A profil geometriai bonyolultságából adódóan gyártástechnológiai paraméterek (pl.: extrudálást követő lehülésből származó egyenletes feszültségeloszlás (Huei, 2023), stb.) figyelembevételével még ennél is részletesebb optimalizálási vizsgálat végrehajtását tervezzük.

Irodalom

- [1] Rexroth Bosch Group. *Aluminium Structural Framing System*. Version 6.0.
- [2] Szabó, F. J. (2018). *Optimization of springs applied in vehicle suspension structures*. Lecture Notes in Mechanical Engineering. pp. 585–596, 12 p., https://doi.org/10.1007/978-3-319-75677-6_51
- [3] Szabó, F. J., Várkuliné Szarka, Á. (2019). Finite Element study of rotating elements of a ventilator. *International Review of Mechanical Engineering*, 13 (6), pp. 326–331. <https://doi.org/10.15866/ireme.v13i6.17145>
- [4] Besenyei István, Dr. Bihari Zoltán (2023): Gépipítő alumínium profilok centrál furatának terhelhetősége. *GÉP*, 74. évf., 4. sz., pp. 25–28.
- [5] Huei-Huang Lee, H.-H. (2023). *Finite element simulations with ANSYS Workbench 2023*. Theory, Applications, Case Studies.
- [6] <https://www.aluminum-extrusions.net/aluminum-profiles/> (letöltés dátuma: 2024. 04. 28.).
- [7] Besenyei, I., Bihari, Z. (2024): Alumínium profilok belső furatának terhelhetősége gépipítési szempontból. *OGÉT: Nemzetközi Gépészeti Konferencia*, Csíksomlyó, 2024. április 25–28., pp. 47–52.