

AZ ELMÉLETI ÉRDESSÉG ANALITIKUS ELEMZÉSE KÜLSŐ HENGERES FELÜLET VASALÁSA ESETÉN

Ferencsik Viktória 

egyetemi tanársegéd, Miskolci Egyetem, Gyártástudományi Intézet
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: viktoria.ferencsik@uni-miskolc.hu

Absztrakt

Az elmúlt évtizedben kiemelt fontosságúvá vált a gyártott alkatrészek minél jobb felületi minőségének biztosítása, így előtérbe kerültek az olyan befejező megmunkálások vizsgálata és fejlesztése, melyek hatékonyan biztosítani tudják ezeket az egyre szigorúbb minőségi követelményeket. Eredményesen alkalmazható e cél érdekében a hideg képlékenyalakító technológiák közé tartozó gyémántszerszámos felületvasalás. Azonban a forgácsleválasztás nélkül megvalósuló felületi érdesség tervezhetősége annak ellenére is körülményes és összetett folyamat, hogy a mérnöki technológia fejlődésének köszönhetően folyamatosan új lehetőségeket és módszereket dolgoznak ki az egyes anyagszerkezeti változások vizsgálatára. Jelen publikáció a vasalt felület elméleti érdességének meghatározási lehetőségeit taglalja egy olyan matematikai modell meghatározása érdekében, mely képes előre összefüggéseket meghatározni a megmunkálási paraméterek és a felületi érdesség paramétereinek között.

Kulcsszavak: képlékenyalakítás, elméleti érdesség, benyomódási mélység

Abstract

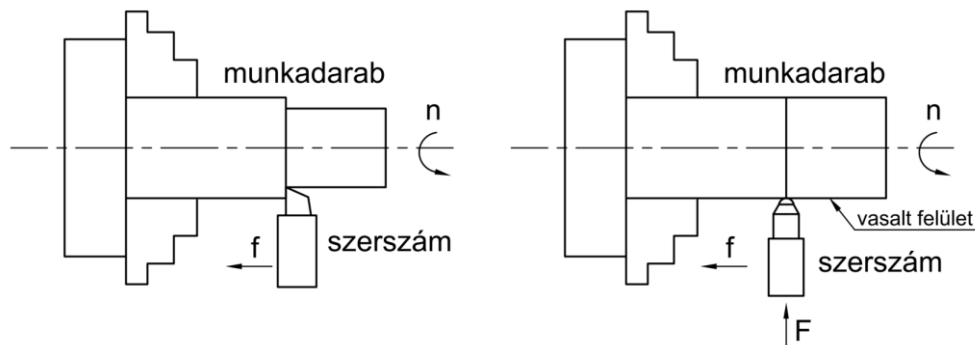
Over the past decade, ensuring the highest possible quality of the manufactured parts has become a major priority, leading to a focus on the investigation and development of finishing processes that can effectively meet the increasingly stringent quality requirements. For this purpose, surface burnishing with diamond tools, which belongs to the cold plastic forming technologies, can be successfully applied. However, the design of the surface roughness in chipless way is a complicated and complex process, despite the fact that new possibilities and methods for investigating structural changes in materials are constantly being developed as engineering technology advances. This paper discusses the possibilities of determining the theoretical roughness of burnished surface to define a mathematical model that can predict the relationship between machining parameters and surface roughness parameters.

Keywords: plastic forming, theoretical roughness, indentation depth

1. Bevezetés

A hagyományos forgácsleválasztó eljárások tekintetében az elméleti érdességi számítása széles múltra tekint vissza (Bernardos és Vosniakos, 2003; Sztankovics és Kundrák, 2022; Molnár és Sztankovics, 2021; Kundrák et al., 2018; Felhő és Varga, 2022; Sztankovics és Pásztor, 2022), azonban a felületvasalás során nem történik anyagleválasztás, így a fogásmélység technológiai paraméter nem értelmezhető, tehát az elméleti érdesség analitikai módon történő meghatározása csak közvetetten lehetséges. A megoldás első lépéseként célszerű kiindulni a felületvasalás kinematikájához leginkább hasonlító

külső palástfelület hosszesztergálásából, melynél a munkadarab forgó és a szerszám tengelyirányú lineáris előtolásának kombinációjaként meghatározható analitikai úton az elméleti érdekesség. A két eljárás közti hasonlóságot szemlélteti az 1. ábra. Az esztergálásánál alkalmazott számítási módszer felhasználhatóvá válik a vasalás során beállított nyomóerő, a szerszám és munkadarab anyagjellemzői, valamint geometriájuk ismeretében, annak érdekében, hogy megkapjuk az ún. benyomódási mélység számszerű értékét.



1. ábra. A felületvasalás (jobb) és hosszesztergálás (bal) sematikus ábrázolása
 f – előtolás; n – fordulatszám; F – vasalóerő

A gyémántszerszámú felületvasalás hatékonyságát és magát a plasztikus deformációs folyamatot azonban számos paraméter befolyásolja, akár kritikus mértékben is. Például a nem megfelelően megválasztott vasalási erő alacsonyabb nyomó-, szélsőséges esetben pedig húzó maradó feszültséget generálhat, ami csökkenti a felület kopásállóságát és élettartamát. A folyamat optimalizálása érdekében számos kutató foglalkozott a felületi érdekesség és a feszültségállapot modellezésével, amely alapján megbecsülhető egy adott anyagminőség vasalási hatékonysága.

Munkájában Korzynski több felületi vasalásra alkalmazható modellt hasonlított össze és rámutatott, hogy a klasszikus vasalási modellek csak az úgynevezett felületkeményítő vasalásra érvényesek. Ezek alkalmasak ugyan a szerszám bemélyedési mélységének meghatározására, de nem veszik figyelembe a kiindulási felület sztereometriai állapotát, amely jelentős hatással van a vasalás utáni felületi érdekességre (Korzynski, 2007). Felhő pedig publikációjában bemutatja az elméleti érdekesség analitikus modellezésének lehetőségeit különböző megmunkálási eljárásokra. Rávilágít ezen számítások egyik nyilvánvaló hátrányára is, hogy számos olyan tényezőt figyelmen kívül hagynak, amelyek befolyásolhatják a valós felületi érdekességet: a megmunkáló rendszer forgácsoló/vasaló erőit és a kapcsolódó rezgéseket, a szerszám érdekességét stb. (Felhő, 2022).

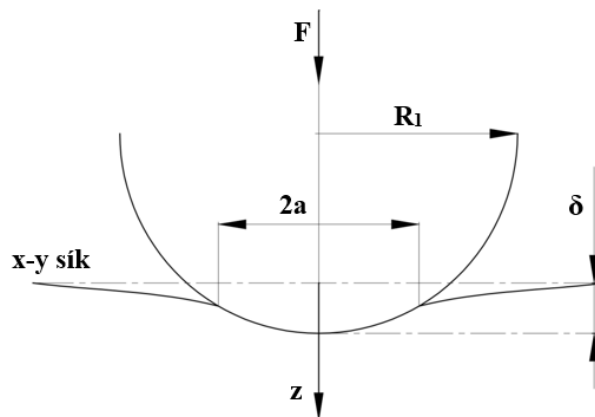
Cui és munkatársai (Cui et al., 2022) megállapították, hogy a Hertz-elméleten alapuló modelljük jó megközelítéssel alkalmazható a felületi érdekesség becslésére Inconel 718 anyagminőség növelt vasalóerővel való megmunkálása esetén. Vaishya és társai (Vaishya et al., 2022) szintén a Hertz-elmélet alkalmazásából indultak ki Stavax anyagminőség TiC vasalószerszámmal történő megmunkálása esetén, elsősorban a vasalóerő hatását vizsgálva. A kísérleti és elméleti értékek eredményei jó közelítést mutatnak, állításuk szerint az eltérést éppen a modell kidolgozása során tett feltételezések okozták, azonban ezeket a bizonytalansági tényezőket nem nevezték meg. Felhő és Varga pedig 30CrMo4 anyag gyémántvasalására határozták meg az elméleti érdekességet, amelyet mind végeselemes modellezéssel, mind valós kísérleti eredményekkel összehasonlítottak (Felhő és Varga, 2022), munkájukra nagy hatással volt a Bouzid és munkatársai által módosított Hertz-elmélet (Bouzid et al., 2004).

Köríves felületű testek (gömb, henger) közötti kontakt mechanikai összefüggések magyarázatára többféle modellt is megalkottak úgy, mint Johnson–Kendall–Roberts-modell, Bradley-modell, Derjaguin–Müller–Toporov-modell, viszont szakirodalmi kutatásaim tapasztalatai alapján lehetséges megoldásként leginkább a Hertz-elmélet felhasználását preferálják, vagyis a rugalmas szilárd anyagok normál érintkezésére kidolgozott összefüggést. Ebben a tanulmányban a Ponomarjov és társai által megalkotott megközelítést (Ponomarjov et al., 1965) kombinálom a Hertz-elmélettel EN AW-2011 anyagminőségű hengeres munkadarab elméleti érdességének meghatározásához.

2. A felületi érdesség analitikai modellje

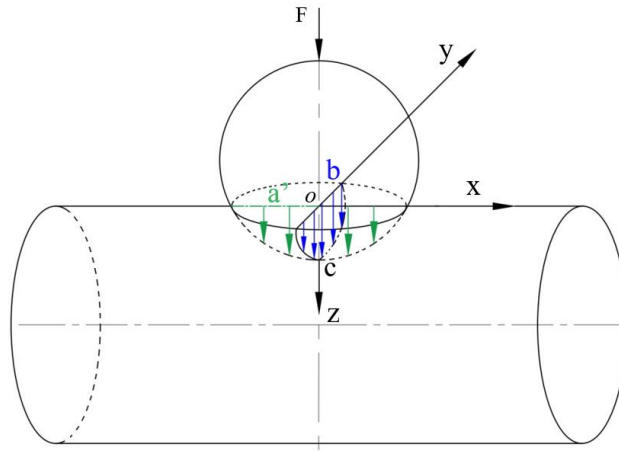
A deformálódó szilárd testek érintkezése egy a természetben és a mérnöki gyakorlatban is egyaránt előforduló jelenség, mely fontos szerepet tölt be a fizika, biológia, asztrofizika stb. területeken (Wu et al., 2006; Guo et al., 2020). Azonban a deformációk és feszültségek vizsgálata az alkatrészek érintkezési pontján a modern rugalmasságtan egyik legbonyolultabb fejezete. A rugalmas testek deformációjának elméletét Hertz alapozta meg és munkájának 1882-es nyilvános közzététele óta a modern kontaktmechanika egyik mérföldköve, mely két szilárd test érintkezési mechanizmusát írja le a lineáris rugalmasság és az elhanyagolható alakváltozások tartományában (Ponomarjov et al., 1965).

Az elmélet az érintkezésben részt vevő egyik test, a gömb profiljára parabolikus megközelítést alkalmaz, amennyiben kis érintkezési sugárról van szó, ez pedig felhasználható a szferikus csiszolt gyémántszerszámmal végzett felületvasalás esetére. A 2. ábrán x - y keresztmetszeti nézetben látható, ahogy a megmunkálás során a szerszám az F vasalóerő hatására $2a$ szélességben δ értékkel z mélyítő irányban mélyed a munkadarab anyagába.



2. ábra. Vasalószerszám bemélyedésének sematikus ábrázolása

A gömb alakú vasalószerszám és a tengelyszerű munkadarab kontaktmechanikai leírásához a Hertz-elméletből indulok ki, de tekintettel arra, hogy ezen körülmények között a 3. ábrán látható módon ellipszis felületen megoszló és az ellipszoid ordinátaival arányos felületi nyomás keletkezik, Johnson–Kendall–Roberts és Ponomarjov gondolatmenetét is felhasználom.



3. ábra. Terheléseloszlás gömb és henger érintkezésekor
a – ellipszis nagy féltengelye; *b* – ellipszis kis féltengelye; *o* – érintkezési felület középpontja;
c – félellipszoid mélysége

A 4. ábrán látható módon, az érintkezésben részt vevő testek sugarai legyenek R_1 (szerszám) és R_2 (munkadarab). A megmunkálás során az F erő áthalad a gömb súlypontján, valamint az érintkezési felületen. Az ábra jobb oldalán pedig r jelöli az elmozduló pont F erőtől való távolságát, w_1 és w_2 jelölik a testek z_1 és z_2 irányú elmozdulását, ekkor az adott pontok közeledése az alábbi módon írható le:

$$\delta = (z_1 + w_1) + (z_2 + w_2) \tag{1}$$

Ezáltal érintkezni azon pontok fognak, melyre teljesül, hogy:

$$z_1 + z_2 = \delta - (w_1 + w_2) \tag{2}$$

Szintén a 4. ábra alapján pedig felírható, hogy:

$$R_1^2 - r^2 = (R_1 - z_1)^2 = R_1^2 - 2R_1r + z_1^2 \tag{3}$$

Mivel z_1^2 másodrendűen kicsi érték, elhanyagolható, így:

$$z_1 = \frac{r^2}{2R_1}; z_2 = \frac{r^2}{2R_2} \tag{4}$$

Ezáltal, a közeledő pontok érintkezés utáni távolsága a következőképpen fejezhető ki:

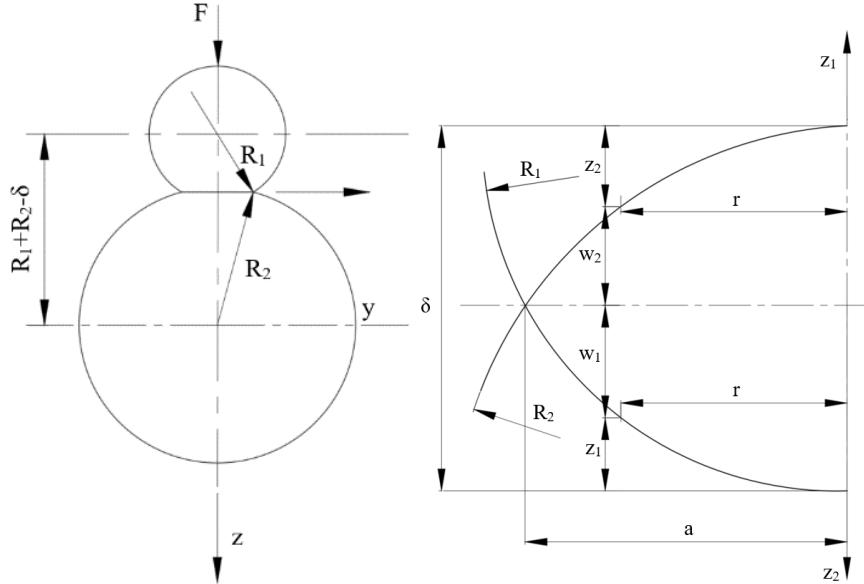
$$w_1 + w_2 = \delta - (z_1 + z_2) = \delta - \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \tag{5}$$

A továbbiakhoz az ellipszis egyenletét is szükséges felhasználni:

$$\left(\frac{x}{a} \right)^2 + \left(\frac{y}{b} \right)^2 + \left(\frac{z}{c} \right)^2 = 1 \tag{6}$$

Mivel az érintkezési felületen a nyomáseloszlás az x-y tengelyek körül tengelyszimmetrikus és a legnagyobb nyomás ezen érintkezési felület középpontjában van (3. ábra), a nyomáseloszlás félig ellipszis alakú lesz, vagyis:

$$w_1 + w_2 = \delta - \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \tag{7}$$



4. ábra. Köríves felületű testek közötti érintkezés

Ennél a félellipszoid-terhelésnél az érintkezési pontok függőleges elmozdulása az S_c elliptikus érintkezési felületen az alábbi módon fejezhető ki rugalmas anyagparaméterek felhasználásával:

$$w_1 = k_1 \int_{S_c} \frac{p}{r} dS ; w_2 = k_2 \int_{S_c} \frac{p}{r} dS \quad (8)$$

, ahol p a nyomáseloszlást fejezi ki.

k_1 és k_2 rugalmassági anyagparaméterek kiszámítására szolgáló összefüggés, mely igazodik jelen geometriai viszonyokhoz és ahol ν az adott anyagminőség Poisson-tényezője, míg E a rugalmassági modulusa:

$$k_1 = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} ; k_2 = \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (9)$$

A félellipszoid-felület által határolt nyomáseloszlás felírása pedig az alábbi módon lehetséges:

$$p = p_0 \frac{c}{a} = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{a}\right)^2} \quad (10)$$

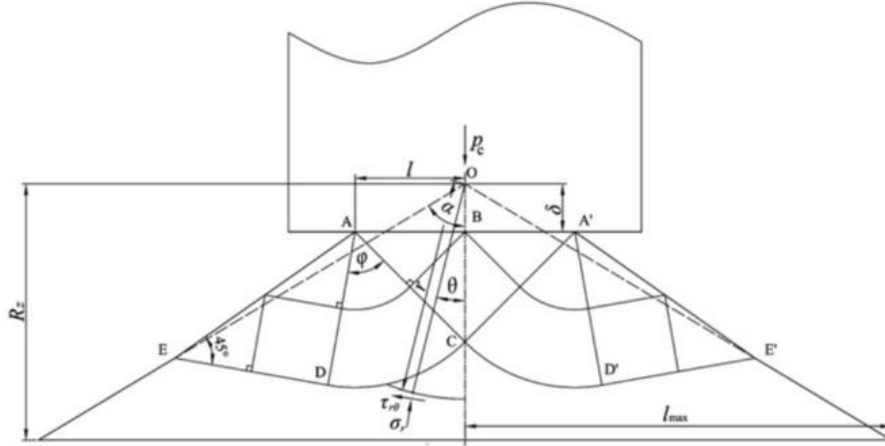
A gömbre és hengerre érvényesülő erőegyensúlyi egyenlet (Han et al., 2021) érvényesüléséből adódik, hogy a maximális kontaktnyomás képlete pedig ($x = 0 ; y = 0$ helyen):

$$p_0 = \frac{3F}{2ab\pi} \quad (11)$$

, ahol F a beállított vasalóerő értékére vonatkozik.

Figyelembe kell venni azonban, hogy a pontszerűen érintkező rugalmas testek a terhelés hatására deformálódnak, következésképpen az érintkezési felületen vizsgált pontok is. Ráadásul, mivel a vasaló megmunkálás során a képlékeny alakváltozás tartományában a nyomóerő meghaladja a munkadarab

anyagának folyáshatárát – ez egyben feltétele is a hideg képlékenyalakítás megvalósulásának – az érdességsúcok képlékeny-rugalmas deformációs zónájában a feszültségkomponensek is torzulnak, az 5. ábrán Θ -val jelölt szögértékkel.



5. ábra. Rugalmas és képlékeny deformáció az érdességi keresztmetszetben (Li et al., 2012)

E szög meghatározása a két test érintkezésének relatív fő görbületei alapján történik, a kapcsolódó szakirodalmak azonban erről nem mutatnak egységes képet (Vaishya et al., 2022; Ponomarjov et al., 1965; Ngo et al., 2011; Li et al., 2012; Greenwood, 1997).

Megvizsgálva az egyes állításokat, a kontaktáló testek érintkezési pont közelében lévő görbe felületeinek egyenletéből szükséges kiindulni, így a jelen vizsgálathoz tartozó R_1 sugarú gömb vasalószerszám és az R_2 sugarú hengeres munkadarab érintkezésekor a relatív főgörbületek:

$$A = \frac{1}{2R_1}; B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (12)$$

A θ kontaktszög meghatározása az érintkezési relatív főgörbületek felhasználásával az alábbi módon történik (Ponomarjov et al., 1965; Han et al., 2021):

$$\cos\theta = \frac{A}{B} \quad (13)$$

, mely gömb és henger érintkezése esetén:

$$\cos\theta = \frac{R_1}{R_1 + 2R_2} \quad (14)$$

Felhasználva az eddigi összefüggéseket, az ellipszis alakú érintkezési felület nagy (a') és kis (b) féltengelye, valamint a közeledési távolság értéke az alábbi úton számítható:

$$a' = \alpha^3 \sqrt{\frac{3}{4} \frac{2R_1R_2}{R_1+2R_2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2} F \quad (15)$$

$$b = \beta^3 \sqrt{\frac{3}{4} \frac{2R_1R_2}{R_1+2R_2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2} F \quad (16)$$

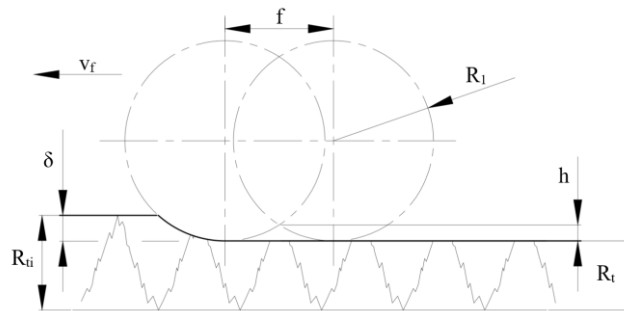
$$\delta = \gamma^3 \sqrt{\frac{9}{128} \frac{R_1+2R_2}{2R_1R_2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2} F^2 \quad (17)$$

, ahol α , β és γ együtthatók értékei a θ szög értékének függvényében az 1. táblázatban összefoglaltak szerint változnak.

1. táblázat. Együtthatók összefoglalása (Stalin John et al., 2016)

θ	0°	10°	20°	30°	35°	40°	45°	50°
α	∞	6,612	3,778	2,397	2,397	2,136	1,926	1,754
β	0	0,319	0,408	0,493	0,530	0,576	0,604	0,641
γ	-	0,851	1,220	1,550	1,550	1,637	1,709	1,772
θ	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
α	1,611	1,486	1,378	1,284	1,202	1,128	1,061	1,00
β	0,678	0,717	0,759	0,802	0,846	0,893	0,944	1,00
γ	1,828	1,875	1,912	1,944	1,967	1,985	1,996	2,00

A felületvasalás alkalmazásából eredő érdességmagassági tényező R_t értékét befolyásolja az előző művelet által létrehozott R_{ti} felületi érdesség, a v_f vasalási előtolás, a δ behatolási mélység és az úgynevezett h barázdamélység, amely a vasalás során létrehozott elméleti érdességcsúcsok maximumát jelenti, amint azt a 6. ábra szemlélteti (Bouزيد et al., 2004; Stalin John et al., 2016).



6. ábra. Az elméleti maximális barázdamélység és a benyomódási mélység viszonya kis vasalási előtolás alkalmazása esetén (Bouزيد et al., 2004)

A barázdamélység meghatározása két egymástól f egységnyi távolságra lévő szerszámlenyomat metszéspontjának felhasználásával történik, amennyiben $h < \delta$:

$$h = \frac{125f^2}{R_2} \quad (18)$$

Mindezek alapján már meghatározható az elméleti maximális egyenetlenség értéke:

$$R_t = R_{ti} - \delta + h \quad (19)$$

3. Kísérleti körülmények

Az elméleti vizsgálat validálása és a módszer létjogosultságának megállapítása érdekében valós vasalási előkísérletet valósítottam meg EN AW-2011 jelölésű gyengén ötvözött alumínium anyagminőségén, szferikusra csiszolt $R_1 = 3,5 \text{ mm}$ sugarú PCD-gyémánt alkalmazásával, OPTIMUM OPTIturn S600 típusú CNC-esztergagépen. A megmunkálás során $F = 20 \text{ N}$ vasalóerő és $v_f = 0,001 \text{ mm/ford}$ vasalási előtolás került beállításra, $v = 70 \text{ mm}^2/\text{s}$ kinematikai viszkozitású kenőanyag kézi adagolása mellett.

A megmunkálás megvalósítása előtt és után Altisurf 520 3D érdességmérő berendezésen történt a felületi érdesség mérése CL2 konfokális kromatikus szenzor alkalmazásával, az eredmények kiértékelése pedig Altimap Premium szoftver segítségével történt az ISO 25178:2001 szabvány ajánlásainak figyelembevételével.

4. Eredmények

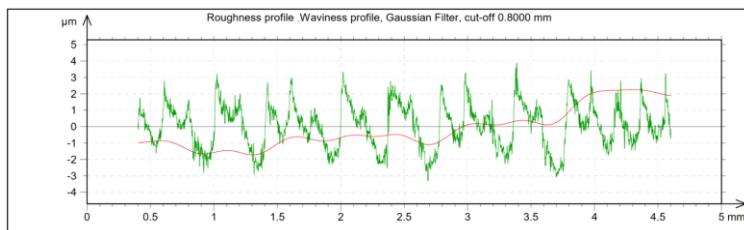
A felületvasalás okozta változások elméleti vizsgálatához kapcsolódó alkalmazott paramétereket foglalja össze a 2. táblázat, a keresett benyomódási mélység értékével együtt, mely alapján az elméleti maximális egyenetlenség értéke 4,944 µm.

2. táblázat. Elméleti vizsgálat paraméterei és eredményei

F [N]	R ₁ [mm]	R ₂ [mm]	v ₁	v ₂	E ₁ [N/mm ²]	E ₂ [N/mm ²]	Θ (°)	h [mm]	δ [µm]	R _t [µm]
20	3,5	21,5	0,07	0,33	11,43·10 ⁵	7·10 ⁴	85			
α (°)	β (°)	γ (°)	k ₁		k ₂	a' [mm]	b [mm]	0,0357	2,228	4,944
1,061	0,944	1,996	2,77·10 ⁻⁷		4,04·10 ⁻⁶	0,0924	0,0822			

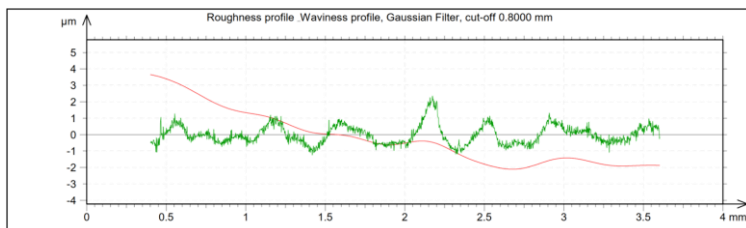
A valós mérési eredmények szerint pedig az esztergált R_t = 7,1963 µm felületű munkadarab, R_t = 3,6073 µm értékűre javult a vasalási folyamat következtében, ezt szemlélteti a 7. ábra.

Esztergált felület



ISO 4287		
Amplitude parameters - Roughness profile		
Ra	1.1294	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Rt	7.1963	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Rz	6.2551	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Rq	1.3531	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Amplitude parameters - Waviness profile		
Wt	3.9735	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Amplitude parameters - Primary profile		
Pt	10.5197	µm
Spacing parameters - Roughness profile		
RSm	0.0825	mm Gaussian filter, 0.8 mm

Vasalt felület



ISO 4287		
Amplitude parameters - Roughness profile		
Ra	0.4605	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Rt	3.6073	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Rz	2.6597	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Rq	0.5525	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Amplitude parameters - Waviness profile		
Wt	5.7588	µm Gaussian filter, 0.8 mm
Amplitude parameters - Primary profile		
Pt	7.8463	µm
Spacing parameters - Roughness profile		
RSm	0.0836	mm Gaussian filter, 0.8 mm

7. ábra. A megvalósított érdességmérés eredményei

5. Összefoglalás

A publikáció a külső hengeres felületen alkalmazott gyémántvasalás által előidézett felületi érdesség analitikai meghatározásával foglalkozott. A szerző sok bizonytalansági tényezőt (géprendszer merevsége, rezgések, szerszámok érdessége stb.) figyelembe véve törekedett a helyes matematikai modell megállapítására gömb- és hengeres testek kontaktmechanikai problémája esetén, tanulmányozva Hertz- és a Johnson–Kendall–Roberts-elmélet, kombinálva Ponomarjov megközelítésével.

A szerszám bemélyedési mélységének elméleti meghatározása során kapott érték $2,28 \mu\text{m}$ volt, az elméleti maximális egyenetlenség értéke pedig $4,944 \mu\text{m}$, míg a valós esetben a mérés alapján $3,6073 \mu\text{m}$. A két érték megfelelően közel áll ahhoz, hogy további elméleti és kísérleti vizsgálatok alapját képezhesse, mellyel feltérképezhetővé válik az eltérés magyarázata.

A jövőbeni terveim között szerepel további elméleti számítások elvégzése trendek megállapítása érdekében, továbbá, az analitikus modell segítségével végeeselemes szimulációs modell létrehozása, majd valós vasalási kísérletekkel validálása.

Irodalom

- [1] Bernardos, P., Vosniakos, G. C. (2003). Prediction surface roughness in machining – review. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43, 833–844. [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(03\)00059-2](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00059-2)
- [2] Sztankovics, I., Kundrak, J. (2022). Theoretical value and experimental study of arithmetic mean deviation in rotational turning. *Rezanie I Instrument V Tehnologiceskikh Sistemakh / Cutting And Tool In Technological Systems*, 96, 73–81. <https://doi.org/10.20998/2078-7405.2022.96.08>
- [3] Molnar, V., Sztankovics, I. (2021). Analysis of roughness parameters determining tribological properties in hard turned surfaces. *Hungarian Journal of Industry and Chemistry*, 49, 77–84. <https://doi.org/10.33927/hjic-2021-26>
- [4] Kundrak, J., Markopoulos, A. P., Makkai, T., Karkalos, N. E., Nagy, A. (2018). Multi-objective optimization study in face milling of steel. *Proceedings of the International Symposium for Production Research*, 3–15. https://doi.org/10.1007/978-3-319-92267-6_1
- [5] Felho, Cs., Varga, Gy. (2022). Theoretical roughness modelling of hard turned surfaces considering tool wear. *Machines*, 10, 1–18. <https://doi.org/10.3390/machines10030188>
- [6] Sztankovics, I., Pasztor, I. (2022). Preliminary analysis of surface topography in tangential turning. *Rezanie I Instrument V Tehnologiceskikh Sistemakh / Cutting And Tool In Technological Systems*, 97, 155–163. <https://doi.org/10.20998/2078-7405.2022.97.14>
- [7] Korzynski, M. (2007). Modelling and experimental validation of the force-surface roughness relation for smoothing burnishing with a spherical tool. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 47, 1956–1964. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2007.03.002>
- [8] Felho, Cs. (2022). Analytical modelling of theoretical roughness for some typical machining process in the mechanical engineering industry. *Multidisciplinary Sciences*, 12, 164–185. <https://doi.org/10.35925/j.multi.2022.5.15>
- [9] Cui, P., Liu, Z., Yao, X., Cai, Y. (2022). Effect of ball burnishing pressure on surface roughness by low plasticity burnishing Inconel 718 pre-turned surface. *Materials*, 15, 1–14. <https://doi.org/10.3390/ma15228067>

- [10] Vaishya, R. O., Sharma, V., Mishra, V., Gupta, A., Dhanda, M., Walia, R. S., Kumar, M., Oza, A. D., Burduhos-Nergis, D. D., Burduhos-Negrus, D. P. (2022). Mathematical modelling and experimental validation of surface roughness in ball burnishing process. *Coatings*, 12, 1–15. <https://doi.org/10.3390/coatings12101506>
- [11] Bouzid, W., Tsoumarev, O., Sai, K. (2004). An investigation of surface roughness of burnished AISI 1042 steel. *International Journal of Manufacturing Technology*, 24, 120–125. <https://doi.org/10.1007/s00170-003-1761-4>
- [12] Ponomarjov, S. D., Bidermann, V. L., Liharjev, K. K., Markusin, V. M., Malinyin, N. N., Feodoszjev, V. I. (1965). *Strength Calculations in Mechanical Engineering 3*. Budapest, Technical Publisher, 369–417.
- [13] Wu, C. E., Lin, K. H., Juang, J. Y. (2006). Hertzian load-displacement relation holds for spherical indentation on soft elastic solids undergoing large deformations. *Tribology International*, 97, 71–76. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.12.034>
- [14] Guo, Z., Hao, M., Jiang, L., Li, D., Chen, Y., Dong, L. (2020). A modified Hertz model for finite spherical indentation inspired by numerical simulations. *European Journal of Mechanics/A Solids*, 83, 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2020.104042>
- [15] Han, K., Zhang, D., Yao, C., Tan, L., Zhou, Z., Zhao, Y. (2021). Analytical modelling of through depth strain induced by deep rolling. *Journal of Strain Analysis*, 00, 1–12. <https://doi.org/10.1177/0309324721102708>
- [16] Li, F. L., Xia, W., Zhou, Z. Y., Zhao, J., Tang, Z. Q. (2012). Analytical prediction and experimental verification of surface roughness during the burnishing process. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 67–75. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2012.06.001>
- [17] Gno, D., Khatri, D., Dario, C. (2011). Highly nonlinear solitary waves in chains of ellipsoidal particles. *Phys. Rev. E.*, 84, 1–21. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.84.026610>
- [18] Greenwood, J. A. (1997). Analysis of elliptical Hertzian contacts. *Tribology International*, 30, 235–237. [https://doi.org/10.1016/S0301-679X\(96\)00051-5](https://doi.org/10.1016/S0301-679X(96)00051-5)
- [19] Stalin John, M. R., Welsoon, A., Wilson, A., Prasad Bhardwaj, A., Abraham, Vinayagam, B. K. (2016). An investigation of ball burnishing process on CNC lathe using finite element analysis. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 62, 88–101. <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2016.01.004>