

HIPOID FOGASKERÉKPÁR ZAJ- ÉS REZGÉSJELLEMZŐINEK VIZSGÁLATA SZIMULÁCIÓS MÓDSZEREKKEL

Horváth Krisztián 

PhD-hallgató, Széchenyi István Egyetem, Audi Hungária Járműmérnöki Kar, Járműfejlesztési Tanszék
9026 Győr, Egyetem tér 1., e-mail: horvath.krisztian@sze.hu

Zelei Ambrus 

egyetemi docens, Széchenyi István Egyetem, Audi Hungária Járműmérnöki Kar, Járműfejlesztési Tanszék
9026 Győr, Egyetem tér 1., e-mail: zelei.ambrus.miklos@ga.sze.hu

Absztrakt

Az autóiparban széles körben alkalmazott hajtáselemnek minősülnek a hipoid fogaskerekek. Ez különösen ott igaz, ahol nagy teljesítményátvitelre és kompakt kialakításra van szükség. Egyúttal ezek jelentős tervezési kihívásokat jelentenek zaj- és rezgésjellemzőik szempontjából. A jelen tanulmány célja a hipoid fogaskerékpárok NVH-viselkedésének elemzése szimulációs módszerekkel, kiemelten vizsgálva a hordképet, az átviteli nyomaték stabilitását, valamint az átviteli hiba (Transmission Error, TE) spektrális tulajdonságait. A kutatás során MSC Adams kereskedelmi szoftverrel készített többtest-dinamikai modellel vizsgáltuk a fogazati kapcsolatokat. Az eredmények szerint a hordkép optimalizálása akár jelentős zajcsökkentést eredményezhet. A frekvenciaspektrum elemzése alapján a legjelentősebb zajforrások az 200–800 Hz-es tartományban találhatók. Ezek a frekvenciák közvetlen kapcsolatban állnak a fogazati gerjesztésekkel. Az eredmények alapján javasolt az érintkezési nyomás eloszlásának és a fogprofil geometriájának további optimalizálása.

Kulcsszavak: hipoid fogaskerékpár, NVH, átviteli hiba, hordkép, többtest-dinamika, fogaskerekek dinamikai modellezése, hajtáslánc-zajcsökkentés

Abstract

Hypoid gears are a widely used drive component in the automotive industry. This is particularly true where high power transmission and compact design are required. They also present significant design challenges in terms of noise and vibration characteristics. The aim of this paper is to analyze the NVH behavior of hypoid gears using simulation methods, with emphasis on the contact pattern, the stability of the transmission torque, and the spectral properties of the Transmission Error (TE). In this research, a multi-body dynamic model of the tooth contact using MSC Adams commercial software was used to investigate the tooth contact. Results show that optimization of the contact pattern can lead to significant noise reduction. The frequency spectrum analysis shows that the most significant noise sources are in the 200–800 Hz range. These frequencies are directly related to the gear excitations. The results suggest further optimization of the contact pressure distribution and tooth profile geometry.

Keywords: hypoid gear pair, NVH, transmission error, contact pattern, multi-body dynamics, gear dynamic modelling, drive chain noise reduction

1. Bevezetés

A fogaskerekek a gépészet és járműtechnika kulcsfontosságú elemei, amelyek lehetővé teszik a hatékony teljesítményátvitelt és precíz mozgásvezérlést. A hipoid fogaskerékpárok, melyek tengelyei

kitérő helyzetűek, speciális szerepet töltenek be olyan alkalmazásokban, ahol fontos az alacsony beépítési hely és a csökkentett zajszint. Ilyenek például az autóiipari differenciálművek.

E fogaskerékpárok zaj- és rezgésviselkedése (NVH – Noise, Vibration, Harshness) azonban összetett mérnöki kihívások elé állítja a tervezőket. A fogak érintkezésekor fellépő komplex erőhatások, nemlineáris jelenségek és gyártási pontatlanságok közvetlenül befolyásolják a fogazatból eredő zajt és rezgéseket (Karagiannis & Theodossiades, 2013).

A fogazathordkép optimalizálása kulcsfontosságú az NVH-problémák kezelésében, mivel az érintkezési pontosság hiányosságai zaj- és rezgésszint-növekedést eredményezhetnek (Yamashita et al., 2020). A legújabb kutatások kiemelik a tribológiai hatások vizsgálatának jelentőségét, például a nagy sebességű termográfias monitorozással, amely további lehetőséget kínál a zajcsökkentési stratégiák kidolgozására (Kikuchi et al., 2024).

Különösen aktuális a zajcsökkentés kérdése az elektromos járművek térhódításával, ahol a mechanikai zajok domináns szerepet töltenek be az utasok komfortérzetében (Nie et al., 2024). Ezért a legfrissebb kutatási eredmények a fogprofil-módosítások és a hordkép optimalizálása mellett a tribológiai tényezők vizsgálatára is összpontosítanak.

A Multi-Body Dynamics (MBD) szimulációk lehetőséget teremtenek arra, hogy a fogaskerékpárok viselkedését és NVH-tulajdonságait valósághűen elemezzük, figyelembe véve a rendszer dinamikai sajátosságait, terhelési viszonyait, valamint a kapcsolódó tribodinamikai és akusztikai hatásokat (Mohammadpour et al., 2018). Az átviteli hiba (Transmission Error, TE) frekvenciadomén-elemzése szintén kulcsfontosságú, mivel közvetlenül összefügg a fogaskerekek által generált zajjal és rezgéssel (Nie et al., 2024).

Jelen kutatás célja ezért a hipoid fogaskerékpárok NVH-jellemzőinek részletes vizsgálata szimulációs módszerekkel. A vizsgálat fókuszpontjai a hordkép optimalizálása, az átviteli nyomaték egyenletessége és az átviteli hiba spektrális elemzése. A kutatás eredményei hozzájárulhatnak olyan tervezési stratégiák kidolgozásához, amelyekkel jelentősen csökkenthető a hajtáslánc zajkibocsátása, javítva a járművek komfortját és tartósságát.

A kutatás során MSC Adams szoftvert alkalmaztunk a szimulációk elvégzésére, amely lehetővé teszi a fogaskerékpárok működésének részletes vizsgálatát. Az eredmények hozzájárulhatnak az optimalizált fogazattervezési stratégiák kidolgozásához, amelyek csökkenthetik a zajkibocsátást és növelhetik a hajtáslánc hatékonyságát.

2. Módszertan

A hipoid fogaskerékpárok zaj- és rezgésjellemzőinek vizsgálatához Multi-Body Dynamics (MBD) és végelelemes (FEM) elemzéseken alapuló numerikus szimulációs módszereket alkalmaztunk. A szimuláció célja a hordkép, az átvitt nyomaték, az átviteli hiba és a zajkibocsátás spektrális elemzésének vizsgálata.

A kutatás során a dinamikai elemzéshez alkalmazott szoftver lehetővé teszi a kontaktanalízis és a fogaskerekek rezgési viselkedésének meghatározását.

A numerikus vizsgálatokat MSC Adams szoftverrel végeztük, amely lehetőséget nyújt a fogaskerekek valósághű dinamikai viselkedésének elemzésére és a fogaskerekek rezgési tulajdonságainak meghatározására. A létrehozott modell figyelembe vette a fogaskerekek rugalmasságát, valamint az erőátvitel mechanikai jellemzőit.

2.1. Szimulációs modell és paraméterei

A fogaskerék-pár geometriáját az MSC Adams Machinery moduljában található Gear AT – Advanced Shape Definition beépített fogazatgeneráló felület segítségével hoztuk létre. A fogazat paraméterei – mint például a fogsorszám, modul, spirálszög, peremkúpszög, fogszélesség – manuálisan kerültek megadásra a gépelemek és fogaskerék-tervezés alapelvei szerint. A paraméterek olyan tipikus értékeket képviselnek, amelyek az autóiparban alkalmazott hipoid differenciálműveknél előfordulnak.

A modul által létrehozott geometriából generált fogprofilokat és kapcsolódó rugalmas testeket (FE-hálót) a szoftver ViewFlex–Nastran megoldóval validálta. A fogprofil nem egyszerű idealizálás, hanem a Gear AT Hypoid modulban megadott **valós vágó- és szerelési paraméterek** alapján generált felület, amelyhez a program rugalmas ViewFlex-hálót (hgs) készít; a geometria így a gyakorlatban előállítható spirálkúp/hipoid fogazatot reprezentálja.

A modell figyelembe vette a fogaskerek rugalmas viselkedését, az anyag elasztikus tulajdonságait, valamint a tengelyek és csapágyszerkezeti rugalmasságát. Az alkalmazott szimulációs paraméterek és a geometriai jellemzők részleteit az 1. táblázat, míg a modell felépítését és működését az 1–3. ábrák szemléltetik.

2.1.1. Geometria és fogaskerék paraméterek

A hipoid fogaskerék-pár geometriai paramétereit az alábbiak szerint definiáltuk:

1. táblázat
A hipoid fogaskerék-pár főbb geometriai paraméterei

	Kúpkerék (Pinion)	Tányérkerék (Wheel)
Fogsorszám (z)	13	52
Modul (m) [mm]	2,0	2,0
Spirálszög (β_m) [°]	30°	30°
Spirálirány	Balos (LH)	Jobbos (RH)
Osztókúpszög (δ) [°]	14,0362	75,9637
Fogszélesség (b) [mm]	19,7	19,25
Peremkúpszög [°]	11,77	73,98
Peremkúp-csúcstávolság [mm]	–49,9196	–10,3857
Külső kúpfelület távolsága (Re) [mm]	71,7	71,15
Tengelyszög (Σ) [°]	90	

A fogaskerekek anyaga nagy szilárdságú acél volt. Anyagmodellben elasztikus tulajdonságokat feltételeztünk ($E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$). A numerikus vizsgálatokhoz alkalmazott fogaskerék szemléltetése látható az 1. ábrán.



1. ábra. A hipoid fogaskerékpár MSC Adams szimulációs modellje

2.1.2. Dinamikai és terhelési feltételek

A fogaskerekeket négy jellemző üzemi állapotban elemeztük:

1. **Alacsony sebesség és kis terhelés** – Szimuláció indulási fázisra.
2. **Közepes sebesség és terhelés** – Normál üzemi körülmények.
3. **Nagy sebesség és magas terhelés** – Jellemző az autópályás haladás közbeni állandósult üzemi körülményekre, ahol a jármű nagy fordulatszámon üzemel, de a nyomatékigény relatíve mérsékelt.
4. **Extrém terhelési körülmények** – Hirtelen nyomatéklökések vizsgálata.

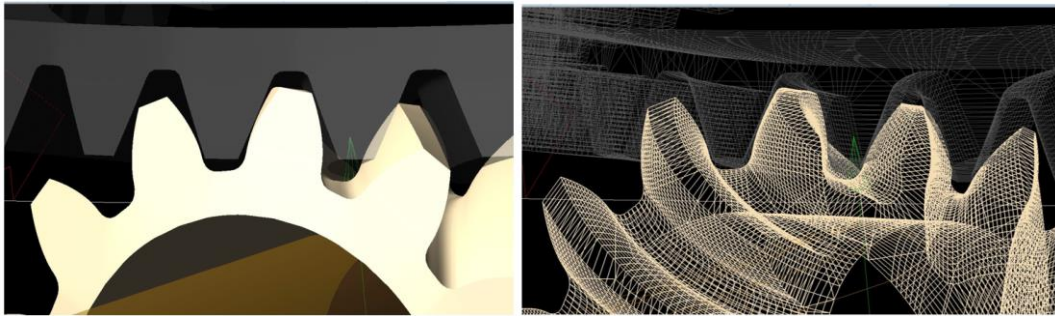
A fenti üzemi állapotokhoz jellemző értékeket rendeltünk: az indulási fázisban 100 Nm, normál üzemben 250 Nm, autópályás környezetben 400 Nm, extrém esetben pedig 500 Nm bemeneti nyomatékot alkalmaztunk.

A vizsgálatok során egy előre definiált nyomaték-idő karakterisztikát alkalmaztunk. A szimulációban különböző terhelési szituációkat alkalmaztunk, a bemeneti nyomaték 100–500 Nm tartományban változott.

2.1.3. A többtest-dinamikai modell

A létrehozott MBD-modell a következő jellemzőket tartalmazta:

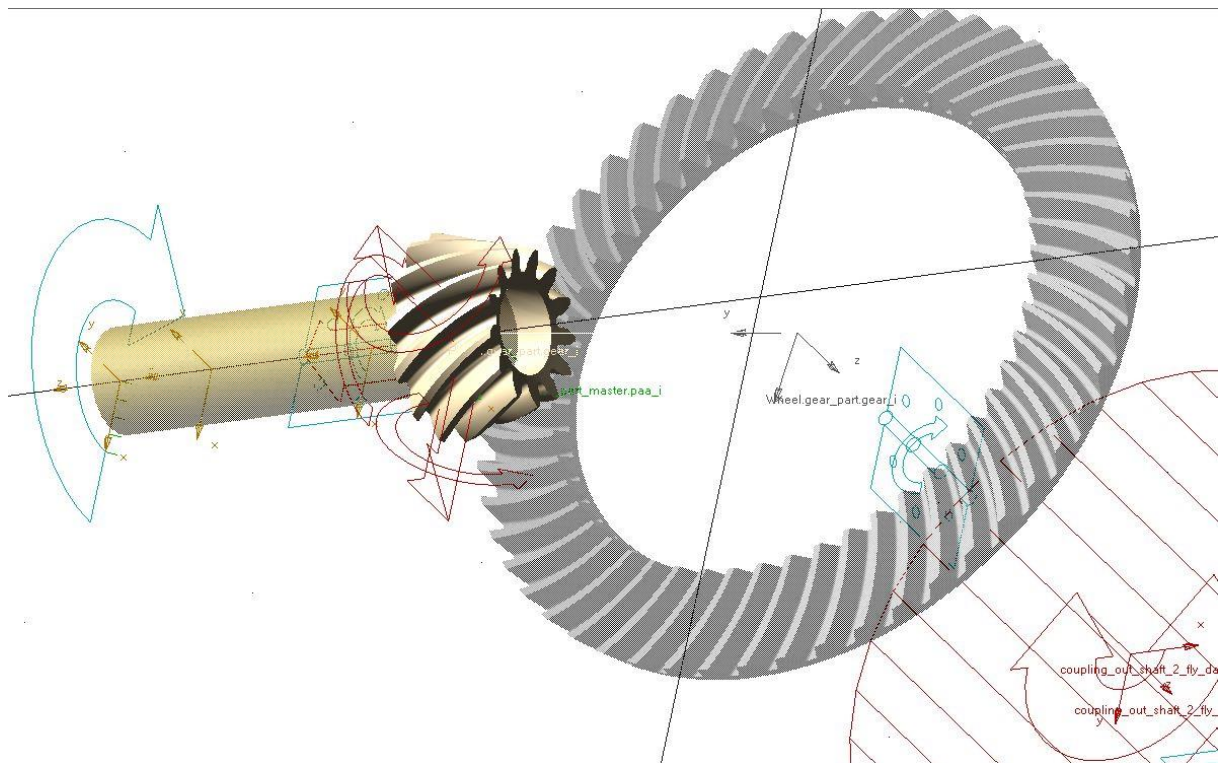
- **Fogazati érintkezési modell:** Nemlineáris rugó-csillapító rendszer, amely az érintkezési pont helyzete szerint dinamikusan változó merevséget biztosított.



2. ábra. A hipoid fogaskerék-pár numerikus modelljének részlete.

- **Csapágyak és tengelykapcsolatok:** a tengelyek rugalmassága és a csapágyellenállás figyelembevételével a valós mechanikai viselkedést közelítettük.
- **Súrlódási modell:** Statikus $\mu = 0,08$, dinamikus $\mu = 0,06$.
- **Numerikus integráció:** az MSC Adams implicit solverét alkalmaztuk, amely stabil megoldást nyújtott a dinamikai szimulációkhoz.

A dinamikai vizsgálatokhoz létrehozott MSC Adams-szimulációs modell felépítését a 3. ábra mutatja be, míg a kapcsolódó kényszereket és peremfeltételeket a 2. táblázat foglalja össze.



3. ábra. A hipoid fogaskerék-pár dinamikai szimulációs modellje MSC Adams környezetben, a kapcsolódó kényszerekkel és terhelési feltételekkel

2. táblázat

Peremfeltételek, kényszerek és terhelések a dinamikai modellben

Modellelem	Definíció / beállítás	Cél
Fogaskerekek	Gear AT Advanced Shape Definition → .cgp fájl; rugalmas fogprofilok (.cgs) ViewFlex-Nastran SOL 101	Valóságghű fogmerektség- és csillapításmátrix
Fogazati kapcsolat	External_stage Gear AT Force • Modeling Option: Flexible Tooth • Contact Overlap: Normal • Friction: On ($\mu_s = 0,08$, $\mu_d = 0,06$; Vs, Vd finomítva) • Oil-film damping: 10 N·s/mm • Structural damping: 1% F_contact	Nemlineáris rugalmas kontakt hidrodinamikus csillapítással
Támaszok (csapágyhelyettesítés)	2-2 hengeres csukló (revolute) → 3 transláció fix, 1 rotáció szabad	Tengelyek merev megtámasztása
Bemeneti mozgás	M_motion: előírt szögsebesség-idő profil a pinionon – Indulás: 0 → 300 1/min (0–0,2 s) – Üzemállapotok: 300 → 2000 1/min (fokozatos ramp)	Négy üzemi fázis szimulálása
Kimeneti terhelés	T_load: ellenálló nyomaték a wheel-en – Indulás: 100 Nm – Normál: 250 Nm – Autópálya: 400 Nm – Nyomatéklöklet: 500 Nm (0,1 s ramp)	Sebesség- /nyomatékszintek kombinációi
Csillapítóelem	torsion_damper: $D = 1,5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^\circ$; $K = 0$	Numerikus stabilitás (driveline rezonancia csökkentése)
Integrátor	HHT, absz. hiba 1×10^{-6} , $H_{\max} = 5 \times 10^{-5} \text{ s}$	Stabil, implicit időlépés
Egyensúlykeresés	Statikus előfeszítés; Error = 1×10^{-2} , Max. iteráció = 500	Konvergált kiinduló állapot

2.2. NVH vizsgálati módszerek

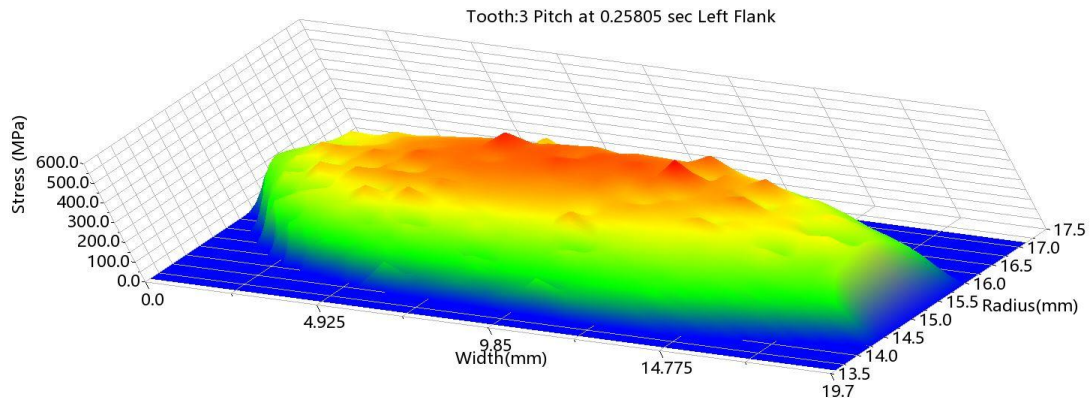
A zaj- és rezgésjellemzőket három fő módszerrel vizsgáltuk: melynek célja a hordkép, az átviteli hiba és a Fast Fourier Transzformáció alapú (FFT) spektrális elemzés végrehajtása volt.

2.2.1. Hordkép vizsgálata

A hordképet az MSC Adams Postprocessor modulban vizsgáltuk meg. Az elemzés során kiértékeltek:

- A fogfelületen kialakuló kontaktfoltok pozícióját időfüggvényben.
- A fogfelület terhelésének egyenletességét, figyelmet fordítva a fogtőhöz közeli nyomásközpontokra.

A szimuláció során kapott érintkezési nyomáseloszlás egy tipikus példája látható a 4. ábrán, amely kiemeli a fogfelület központi régiójában kialakuló magasabb nyomásértékeket.



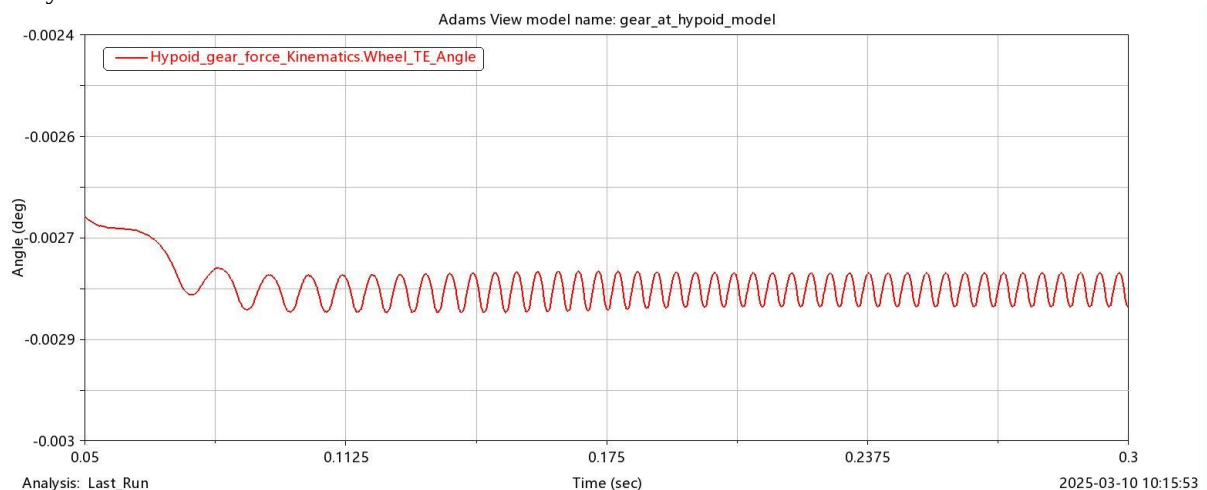
4. ábra. Az érintkezési nyomás eloszlása a fogfelületen adott időpillanatban ($t = 0,258\text{ s}$) nagy terhelésű állapot mellett.

2.2.2. Átviteli hiba meghatározása és elemzése

Az átviteli hiba a fogaskerék-rendszerek egyik legfontosabb NVH paramétere, amely a bemeneti és kimeneti szöghelyzet közötti eltérést írja le. A TE közvetlenül összefügg a fogaskerek által generált gerjesztési hatásokkal, így meghatározása kulcsfontosságú a zajcsökkentési stratégiák kidolgozásában (Kawasaki & Tamura, 1996).

Az átviteli hiba csökkentése érdekében a hordkép optimalizálása és a precíziós megmunkálási beállítások kritikus szerepet játszanak. (Lin et al., 2019). A szimulációs és kísérleti mérések megerősítették, hogy az átviteli hiba nagymértékben befolyásolja a zaj- és rezgésterhelést (Gosselin et al., 2000). Ebből kifolyólag a fogaskerek precíz beállítása és a működési körülmények figyelembevétele elengedhetetlen az NVH teljesítmény optimalizálásához. (Yoon et al., 2011).

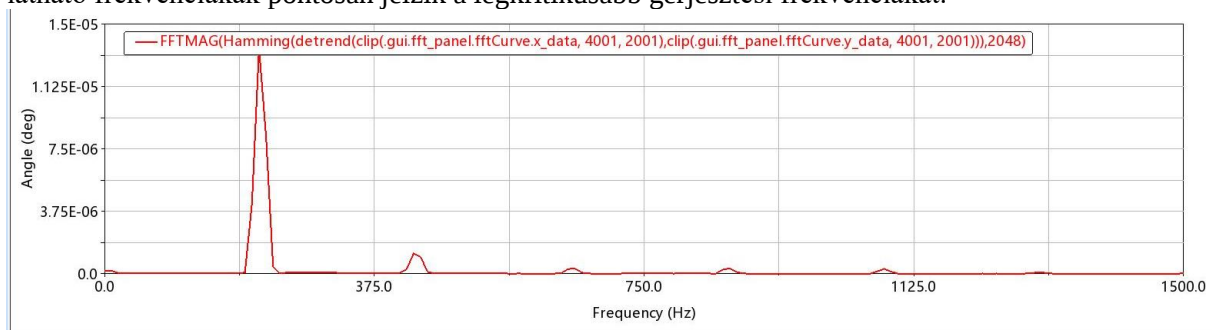
Az átviteli hibát a bemeneti és kimeneti tengely szöghelyzetének időbeli alakulásából számítottuk, melyet az 5. ábra szemlélteti.



5. ábra. Az átviteli hiba (TE-szög) időfüggvénye nagy terhelésű üzemi állapotban ($t = 0,05 - 0,30\text{ s}$)

2.2.3. FFT-alapú zajspektrum elemzése

A TE görbék spektrális elemzését FFT-analízissel végeztük. A módszerrel lehetővé tette a domináns frekvenciakomponensek azonosítását. Az FFT-analízis eredményeit a 6. ábra mutatja be. Az ábrán látható frekvenciák pontosan jelzik a legkritikusabb gerjesztési frekvenciákat.



6. ábra. Az átviteli hiba frekvenciaspektruma FFT-analízissel

- Az FFT-analízis eredményei alapján az 200–800 Hz-es tartományban jelentkeztek a legintenzívebb frekvenciakomponensek, amelyek összefüggésbe hozhatók a fogaskerek fogazati gerjesztéseivel. A legnagyobb amplitúdójú csúcsok a 350 Hz-es fogkapcsolási frekvencián és annak 2. harmonikáján (~700 Hz) jelentkeztek. Egy további, kisebb csúcs a 3. harmonikánál (~1125 Hz) is megfigyelhető, de -11 dB-es relatív szintje miatt a zajcsökkentési stratégia szempontjából másodlagosnak minősül.
- A TE spektrális vizsgálata lehetővé teszi a mikrogeometriai módosítások hatásának vizsgálatát.

3. Eredmények

Ebben a fejezetben bemutatjuk a szimulációs vizsgálatok legfontosabb eredményeit. A vizsgálatok során a következő kulcsfontosságú szempontokat elemeztük:

1. **Fogazat hordképe:** Az érintkezési zóna elhelyezkedése és terheléseloszlása.
2. **Átvitt nyomaték és erőeloszlás:** Az átvitt teljesítmény stabilitása és az erők eloszlása.
3. **Átviteli hiba és FFT-spektrum:** A zajforrások azonosítása a frekvenciaspektrum alapján.
4. **Maximális érintkezési nyomás:** A fogaskerek terhelési viszonyainak értékelése.

3.1. Fogazati hordkép vizsgálata

A fogaskerek hordkép meghatározó szerepet játszik a zaj- és rezgésszint kialakulásában. Vizsgálatával az optimális érintkezési zónát lehetséges meghatározni. Főbb megfigyelések a következők voltak:

- A legnagyobb érintkezési feszültség a fogszélesség középső harmadában, a gördülési pálya (pitch line) környékén jelentkezik.
- A hordképek elemzése azt mutatja, hogy a kontaktpontok elmozdulása egyenletes volt, de az üzemi terhelés növelésével a terheléseloszlás egyenetlenebbé vált.
- A CGR-fájlok időléptetéses kiértékelése (0,05–0,30 s, lásd Kiegészítő anyag S1) azt mutatja, hogy a zóna a terhelés növekedésével enyhén előre felé (lead irányba) tolódik, miközben a terheléseloszlás egyre aszimmetrikusabbá válik.
- A fogtőhöz közeli nagyobb felületi nyomások a fogazati zaj növekedését eredményezhetik, míg az egyenletesebb terheléseloszlás csökkentheti a zajképződést.

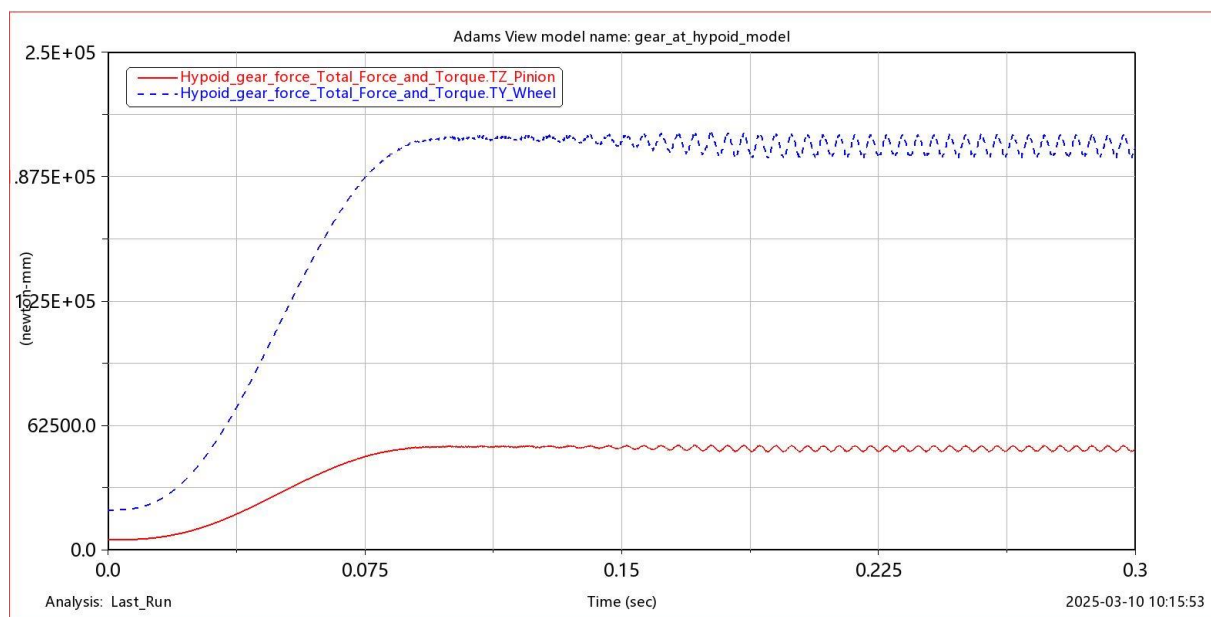
3.2. Átvitt nyomaték és erőeloszlás (Torque and Force Distribution)

A fogaskerék-pár teljesítményátvitelére szorosan összefügg az NVH viselkedéssel. Az átvitt nyomaték egyenletessége és a terhelési viszonyok jelentősen befolyásolják a rendszer zajszintjét.

A különböző üzemi állapotok során fellépő nyomatékingadozásokat a 7. ábra szemlélteti. Látható, hogy a kezdeti gyors felfutás után stabilizálódik a nyomatékátvitel, azonban magasabb terhelés esetén enyhe ingadozások tapasztalhatók, amelyek befolyásolják a zaj- és rezgésszinteket. Főbb megfigyelések a következők voltak.

Az átvitt nyomaték és az erőeloszlás vizsgálata során a következő megállapításokat tettük:

- A nyomatékátvitel általában stabil volt, de magas terhelésnél kisebb ingadozások jelentkezhettek, amelyek rezgésszint-növekedést eredményeztek. A hatásfok-idősor a `external_stage_Total_Force_and_Torque` (nyomaték) és az `external_stage_Kinematics` (szögsebesség) görbékből számítható. A 0,15–0,30 s intervallum átlagértéke 95,4%, ami megegyezik az irodalomban közölt 94–98%-os tartománnyal.
- Az egyenletesebb terheléssel közvetlenül hozzájárult az alacsonyabb zaj- és rezgés-szintekhez, amelyet a közepes terhelési állapotok igazoltak.



7. ábra. Az átvitt nyomaték komponenseinek (TZ_Pinion és TY_Wheel) időbeli alakulása a szimuláció során

3.3. Átviteli hiba (TE) és FFT-spektrum elemzése

Az átviteli hiba (TE) vizsgálata kiemelt fontosságú volt a zajforrások feltárásában. Az FFT-spektrum alapján az alábbiakat állapítottuk meg:

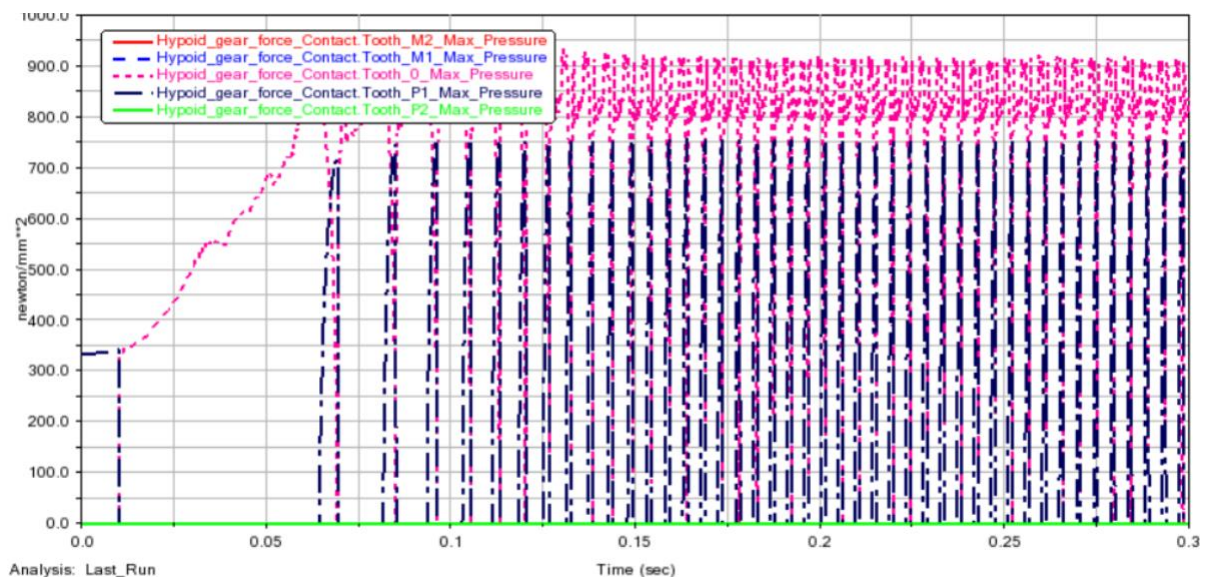
- A domináns rezgési frekvenciák a 200–800 Hz-es tartományban jelentkeztek, amely összhangban van a fogazati gerjesztési frekvenciákkal. A vizsgált kúpkerek-fordulatszámok (300, 1000, 1620, 2000 1/min) a 65–433 Hz fogkapcsolási frekvencia-tartományt fedik le; a legnagyobb FFT-csúcs a 351 Hz-es mezőn és 702 Hz-es második harmonikusán jelent meg (1620 1/min üzemi állapot).
- Magasabb terhelésnél a TE jelentős növekedést mutatott, amely közvetlenül összefüggött a zajszint növekedésével.

3.4. Maximális érintkezési nyomás (Maximum Contact Pressure) elemzése

A maximális érintkezési nyomás vizsgálata során az alábbiakat állapítottuk meg:

- A legmagasabb nyomásértékek a fogtő közelében jelentkeztek. Ez különösen nagy terhelésű helyzetekben jelentkezik.
- Az érintkezési nyomáskoncentrációk jelentős hatással vannak a zajszint növekedésére és a fogazat idő előtti kopására.

A fogfelületeken kialakuló maximális érintkezési nyomások időbeli alakulását a 8. ábra szemlélteti, kiemelve a terhelés függvényében jelentkező ismétlődő nyomáscsúcsokat.



8. ábra. A maximális érintkezési nyomás időbeli változása a hipoid fogaskerék-pár egyes fogain a szimulált üzemi állapot során

A szimulációs vizsgálatokból összefoglalóként az alábbi következtetéseket vontuk le:

1. A hordkép javítása jelentős potenciállal bír a fogaskerék zajkibocsátásának csökkentésében.
2. Az egyenletes nyomatékeloszlás mérsékli a zajképződést és javítja az átviteli hatékonyságot.
3. Az átviteli hiba és az FFT-spektrum elemzése segít azonosítani a fogaskerek zajforrásait és a zajcsökkentési lehetőségeket.
4. A maximális érintkezési nyomások mérséklése elengedhetetlen az NVH-teljesítmény további javításához és a hajtáslánc élettartamának meghosszabbításához.

Irodalom

- [1] Karagiannis, I. & Theodossiades, S. (2013). *Dynamic Analysis of Automotive Hypoid Gears*. <https://doi.org/10.1115/DETC2013-13014>
- [2] Yamashita, R., Mukaiyama, K., Sakuda, H., Matsui, S., Hirogaki, T. & Aoyama, E. (2020). Tooth Meshing Estimation Based on Monitoring Rotational Vibration and Infrared Thermography Image of Hypoid Gear. Volume 7: *32nd Conference on Mechanical Vibration and Noise (VIB)*. <https://doi.org/10.1115/detc2020-22140>
- [3] Kikuchi, D., Onozeki, S., Nakagawa, M., Hirogaki, T., Aoyama, E. & Matsui, S. (2024). Investigation of Tooth Surface Temperature Based on High-Speed Thermography Monitoring Under Meshing of Hypoid Gear With Small Number of Teeth. *2024 International Symposium on Flexible Automation*. <https://doi.org/10.1115/isfa2024-141054>
- [4] Mohammadpour, M., Theodossiades, S. & Rahnejat, H. (2014). Multiphysics Investigations on the Dynamics of Differential Hypoid Gears. *Journal of Vibration and Acoustics*, 136, 041007. <https://doi.org/10.1115/1.4027403>
- [5] Nie, S., Chen, J. & Liu, S. (2024). Research on noise reduction of drive axle hypoid gear based on tooth surface mismatch modification. *Advances in Mechanical Engineering*, 16. <https://doi.org/10.1177/16878132241228195>
- [6] Paouris, L., Theodossiades, S., Rahmani, R. & Hunt, G. (2015). A hypoid gear pair tribo-dynamic model taking into account the rheological behaviour of fully formulated gear lubricants. *Proceedings of the 13th International Conference on Dynamical Systems – Theory and Applications (DSTA)*, Lodz, Poland, December 7–10. Retrieved from <https://www.researchgate.net/publication/292967637>
- [7] MSC Software Corporation. (2024). *MSC Adams* (Version 2024.2) [Computer software]. MSC Software. https://hexagon.com/products/product-groups/computer-aided-engineering-software/adams?utm_easyredir=www.mscsoftware.com
- [8] Kawasaki, K. & Tamura, H. (1996). *Transmission Error of Hypoid Gears. Measurement of Static Transmission Error*. <https://doi.org/10.1299/kikaic.62.4309>
- [9] Lin, C., Wang, Y., Lim, T. & Zhang, W. (2019). Optimization of Machine Tool Settings on Hypoid Gear Dynamics. Volume 10: *2019 International Power Transmission and Gearing Conference*. <https://doi.org/10.1115/detc2019-97137>
- [10] Gosselin, C., Guertin, T., Rémond, D. & Jean, Y. (2000). Simulation and Experimental Measurement of the Transmission Error of Real Hypoid Gears Under Load. *Journal of Mechanical Design*, 122, 109–122. <https://doi.org/10.1115/1.533555>
- [11] Yoon, J., Choi, B., Yang, I. & Oh, J. (2011). Deflection test and transmission error measurement to identify hypoid gear whine noise. *International Journal of Automotive Technology*, 12, 59–66. <https://doi.org/10.1007/S12239-011-0008-X>