

A GLOBÁLIS FELMELEGEDÉS JELENSÉGÉNEK VIZSGÁLATA SZIGMOID GÖRBÉK ALKALMAZÁSÁVAL

Szabó Ferenc János 

egyetemi docens, Miskolci Egyetem

3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: ferenc.szabo@uni-miskolc.hu

Absztrakt

A szigmoid görbék erős multidiszciplináris jellegének kihasználásával életünk számos eseménye leírható, modellezhető, előrejelezhető. A görbék egyenletében szereplő paraméterekhez a jelenség jellemzésére szolgáló értelmezés is köthető, sőt szükség esetén a jelenségek ezek alapján a paraméterek alapján összehasonlíthatók, minősíthetők. A görbeparaméterek és jellemzőik megismerése egy másik jelenség vizsgálatakor eddig nem vizsgált, új szempontokra, tulajdonságokra világíthat rá. Jelen cikkben az eddigi vizsgálatok során megismert és értelmezett szigmoid görbe-paramétereket és jellemzőket igyekszünk alkalmazni a globális felmelegedés jelenségének szigmoid görbékkel történő leírására és vizsgálatára. A jelenséggel kapcsolatban négy jellemző görbét vizsgálunk: átlagos felszíni hőmérséklet alakulását, a szén-dioxid-kibocsátás görbét, a Keeling-görbét, valamint a sarki jég kiterjedését mutató görbét. A görbék jellegzetességeit kihasználva mód nyílik a jelenség lehetséges jövőbeli alakulásának előrejelzésére is.

Kulcsszavak: globális felmelegedés, szigmoid görbe, előrejelzés lehetősége

Abstract

Multidisciplinarity of the sigmoid curves gives the possibility to describe, to modelize or to forecast several phenomena of our life. It is possible to associate some characteristic meaning and qualifications to the parameters of the equations, which makes possible more detailed qualifications of the phenomenon investigated. On the basis of these parameters several phenomena are comparable in a very correct, accurate and rigorous manner. Investigating newer and different phenomena, the knowledge and understanding of the signification of a given parameter could ephasize a newer and interesting characteristic of the investigated phenomenon. In this paper the parameters and characteristics of the curves discovered until today will be applied for the investigation by sigmoid curves the global warming phenomenon. Four characteristic curves will be investigated: average temperature of northern hemispere, carbon dioxide contamination curve, the Keeling-curve and the curve of the arctic ice extent. On the basis of the characteristics of the sigmoid curves, it will possible to forecast the possible future of the phenomenon, too.

Keywords: global warming, sigmoid curves, possibility of forecast

1. Bevezetés

A szigmoid görbék (S alakú görbék) nagy fokú multidiszciplinaritást mutatnak, mivel az életünk számos területén találhatók olyan jelenségek, melyek jól leírhatók szigmoid görbékkel. Megismerve és az adott jelenségre nézve értelmezve a görbék tulajdonságait, az egyenletükben szereplő konstansok, paraméterek jelentőségét, mód nyílik a vizsgált jelenség viselkedésének mélyebb megismerésére, részletesebb jellemzésére, minősítésére, jövőbeli valószínű viselkedésének előrejelzésére, vagy ha szükséges, jelenségeket lehet összehasonlítani, rangsorolni ezáltal.

Ha többféle jelenséget vizsgálunk, akkor minden újabb vizsgált jelenség esetén a jelenséget leíró szigmoid görbe paramétereinek újraértelmezése szükséges, ami a jelenség olyan jellemzőire, aspektusára világíthat rá, amit az eddigi vizsgálatok nem emeltek ki, vagy nem volt nyilvánvaló. Ennek szellemében, kihasználva a szigmoid görbék multidiszciplináris jellegét, ebben a cikkben az eddigi tevékenységek során megismert görbejellemzőket alkalmazzuk, újraértelmezzük a globális felmelegedés jelenségének tanulmányozásához, előrejelzéséhez, jellemzéséhez, remélve, hogy itt is sikerül majd rámutatni újabb sajátosságokra, aspektusra.

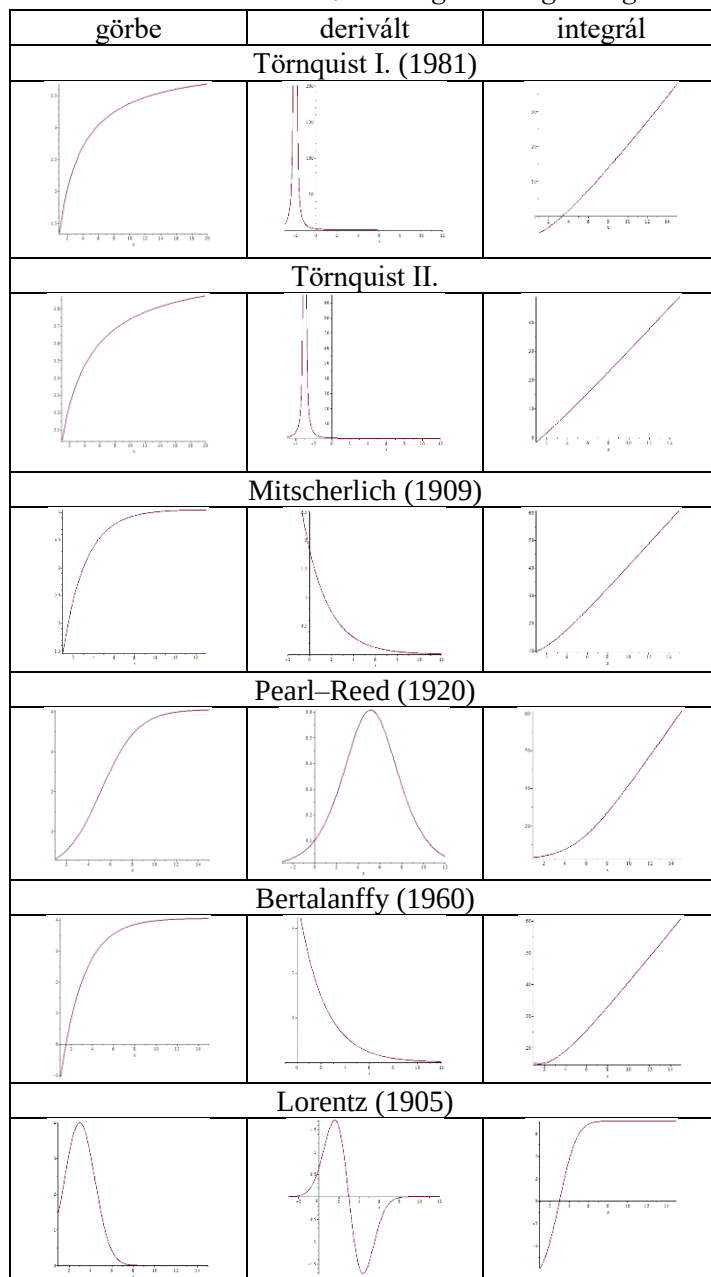
1.1. Jellegzetes szigmoid görbék

Alakjuk alapján a szakirodalomban alapvetően kétféle jellegzetes szigmoid görbetípus különíthető el (1. táblázat):

- A növekedési típusú görbék szigorúan monoton görbék, ezért jól alkalmasak különböző növekedési jelenségek leírására, melyeknél a növekedési sebesség időbeli változása, csökkenése adja a szigmoid jelleget (pl.: agrártudományi esetekben növények, állatok növekedése; orvostudományi esetekben daganatok növekedése, stb.). Erre egy jó példa lehet a Bertalanffy-féle növekedési görbe (Bertalanffy, 1960).
- A logisztikai görbe egy többfázisú növekedési folyamatot ír le, melynél megtalálható a növekedésnek egy olyan szakasza, amikor a növekedés korlátlan (azaz nincs ellenség, nincs halálozás, vagy nincsenek a növekedést gátló, korlátozó intézkedések), ekkor exponenciális függvénynek megfelelő növekedési sebességet tapasztalunk. Ezt követően, ha fellép valamilyen korlátozó hatás, ellenintézkedés stb., akkor elindul egy telítődési folyamat, melynek során a növekedés korlátos lesz, idővel beáll egy maximális telítődési szintre. Ez a fajta görbe jól alkalmazható olyan jelenségek vizsgálatához, amelyeknél fellelhetők ezek a fejlődési szakaszok (pl.: társadalomtudományban embercsoportok, társadalmak, populációk létszámának, mérhető teljesítményének vizsgálata; műszaki tudományokban piacok, termékek fejlesztésének szakaszai; orvostudományban betegségek, járványok terjedésének vizsgálata, stb.). Erre példa lehet a Pearl–Reed-féle logisztikai görbe (Pearl és Reed, 1920).

Egy adott jelenség vizsgálatakor érdemes lehet mindkét görbefajtával elvégezni a közelítést, majd összehasonlítani a kétféle közelítés regressziós konstansát. Amelyik közelítés regressziós tényezőjének abszolút értéke közelebb van az 1-hez, az minősíthető jobb közelítésnek, a további következtetések levonásához azt a közelítést lesz célszerű követni. Sokszor erre az összehasonlításra nincs szükség, mert a jelenséget leíró görbe alakja teljesen nyilvánvalóvá teszi, hogy melyik típusú görbe mutatkozik jobbnak (pl. ha hiányzik a korlátlan növekedési szakaszt leíró exponenciálisan növekvő rész, akkor a Bertalanffy-féle görbét érdemes alkalmazni, viszont, ha ez a rész létezik és jellegzetes, akkor a logisztikai görbét célszerű használni).

1. táblázat. Jellegzetes szigmoid görbék



A jelen cikkben végzett vizsgálatokhoz az 1. táblázatban bemutatott görbék közül a Bertalanffy-féle görbét választjuk növekedési típusú görbeként, a Pearl-Reed-féle görbét pedig logisztikai típusú görbék közelítésére fogjuk alkalmazni.

1.2. A görbék közelítése

A valóságos adatokból felépülő függvényeket egy optimumszámításra alapuló approximációs módszerrel, a legkisebb négyzetek elve alapján szigmoid függvénnyel közelítjük. A görbék egyenletében szereplő három paramétert (K , r , c) tervezési változónak tekintve, keressük a valós és a közelítő függvény eltéréseiből számolt négyzetösszeg minimumát, ezzel egy három változós optimumkeresési feladatot definiálunk. Ezt az optimumkeresési feladatot a Nelder–Mead-féle Simplex (Nelder és Mead, 1965) optimumkereső algoritmussal oldjuk meg, így határozható meg a három paraméter legjobb értéke, ami mellett ez a négyzetösszeg minimális. Az approximáció elvégzése után a paraméterek birtokában felépíthető a görbék egyenlete, majd képezhető a görbék deriváltja és integrálja is.

A további vizsgálatokhoz választott görbék egyenlete:

A Pearl–Reed-féle (logisztikai) görbe

A görbe egyenlete:

$$y(x) = \frac{K}{1+ce^{-rx}}, \text{ derivált: } \frac{dy(x)}{dx} = \frac{Kcre^{-rx}}{(1+ce^{-rx})^2},$$

a görbe integráljának egyenlete:

$$\int y(x)dx = -\frac{K}{r}\ln(e^{-rx}) + \frac{K}{r}\ln(1+ce^{-rx}) \quad (1)$$

A Bertalanffy-féle (növekedési) görbe

A görbe egyenlete:

$$y(x) = K(1 - ce^{-rx}), \text{ deriváltja: } \frac{dy(x)}{dx} = Krce^{-rx},$$

a görbe integráljának egyenlete:

$$\int y(x)dx = Kx + \frac{Kc}{r}e^{-rx} \quad (2)$$

A legkisebb négyzetek elve alapján a valóságos görbe pontjaira (x_i, y_i), $i = 1, 2, 3, \dots, n$, egy közelítő $y^* = f(x)$ függvényt akarunk "ráfeszíteni", úgy, hogy a közelítő függvény paramétereinek keressük azon értékét, amikor a valós és a közelítő pontok közötti eltérések négyzetösszege minimális. Ez azt jelenti, hogy a közelítő függvényre nézve $f(x_i) = y_i^*$, a következő szélsőértékfeladatot kell megoldani:

$$H = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2 = \min \quad (3)$$

Ezt a minimumkeresési feladatot oldjuk meg a Nelder–Mead-féle Simplex optimumkereső algoritmussal.

A regressziós együttható számításához (lineáris regressziós együttható), lineáris alakra kell hoznunk a vizsgált függvény egyenletét. Ezt a Fisher–Pry (1971) transzformáció segítségével tesszük:

A Bertalanffy-féle függvény lineáris transzformációja:

$$y(x) = K(1 - ce^{-rx}), \quad ce^{-rx} = \frac{K-y(x)}{K}, \quad \ln c + \ln e^{-rx} = \ln\left(\frac{K-y(x)}{K}\right), \quad (4)$$

így a Bertalanffy-féle görbe lineáris alakja: $y^* = a + bx$, ahol $a = \ln c$, $b = -r$.

Hasonlóképpen végezhető el a Pearl–Reed függvény lineáris transzformációja:

$$y(x) = \frac{K}{1+ce^{-rx}} , \frac{K-y(x)}{y(x)} = ce^{-rx} , \ln c + \ln e^{-rx} = \ln \frac{K-y(x)}{y(x)} , y^* = a + b x \quad (5)$$

A regressziós együttható a következő módon számítható:

$$R_{lin} = \frac{A_{xy} - \frac{B_{xy}}{n}}{\sqrt{(C_x - \frac{D_x}{n})(C_y - \frac{D_y}{n})}} \quad (6)$$

ahol

$$A_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i , B_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i , C_x = \sum_{i=1}^n x_i^2 , D_x = (\sum_{i=1}^n x_i)^2 \\ C_y = \sum_{i=1}^n y_i^2 , D_y = (\sum_{i=1}^n y_i)^2 .$$

A (6) egyenletben a (4) vagy (5) egyenletben meghatározott transzformált függvényre (y^*) számolható a regressziós együttható, de az egyszerűség kedvéért visszatértünk az y jelöléshez. A regressziós tényező esetleges negatív értéke a csökkenő jelleg miatt van.

2. A jelenség vizsgálata

A jelen cikkben bemutatott vizsgálatokban az eddigi kutatások során (Szabó, 2011) tapasztalt összefüggéseket, szempontokat és paraméterjellegzetességeket alkalmazzuk és értelmezzük egy másik jelenségre, a globális felmelegedés időbeli változását leíró görbére.

Ehhez a folyamathoz a következő vizsgálatok eredményeit, következtetéseit használtuk fel:

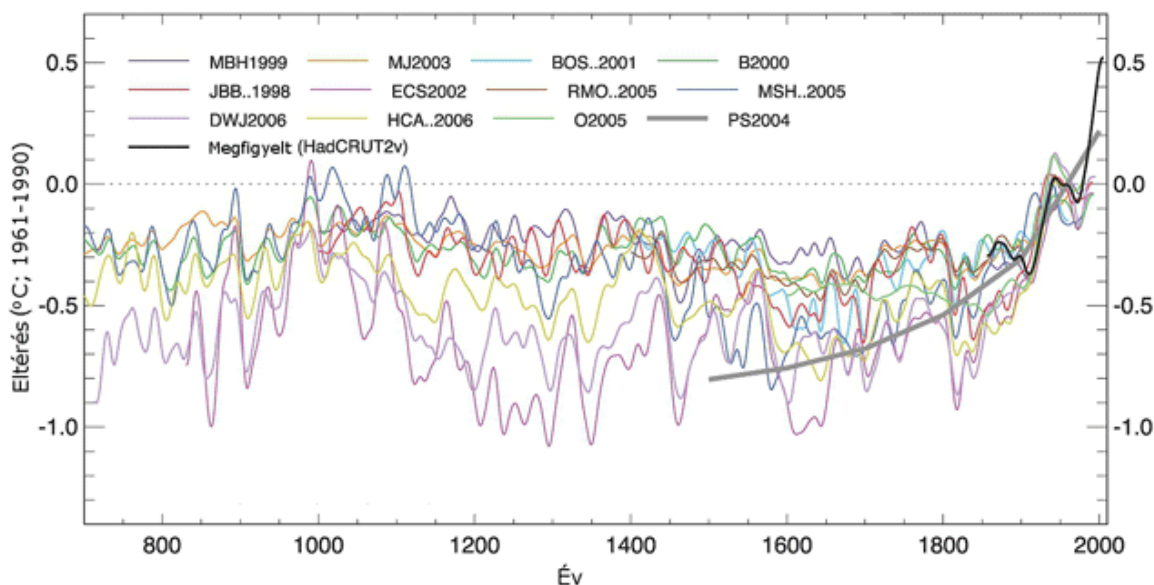
- A COVID–19-pandémia magyarországi történetének multilogisztikus görbéje, az egyes hullámok összehasonlítása, minősítése, jellemzése (Szabó, 2020).
- Termékek életgörbéjének összehasonlítása (elektromos autók és mobiltelefonok piaca), a multilogisztikus görbe jellemzőinek értelmezése, szerepe a terméktervezésben (Szabó, 2021a).
- A világtengerek műanyagszennyezettségének vizsgálata, a lehetséges jövő előrejelzése logisztikai görbével és növekedési görbével, a kétféle jövő összehasonlítása (Szabó, 2019).
- Szerszámok kopási folyamatának időbeli leírása szigmoid görbével, egy erre építhető figyelmeztető rendszer bemutatása, a túlságosan előrehaladott kopott szerszám alkalmazásának megakadályozására (a megmunkált munkadarab pontosságának megtartása érdekében) (Szabó, 2021b).
- EBSYQ (Evolutionary Based System for Qualification of Group Achievements) rendszer kiépítése, amely egyetemi hallgatói csoportok, illetve pályázatokra, versenyekre jelentkező csoportok minősítéséhez, rangsorolásához, részletes jellemzéséhez ad szempontokat, tūpontos, számszerűen alátámasztható, a szubjektivitást kizáró korrekt döntéseket lehetővé téve (Szabó, 2017).
- Mérések, hosszan tartó számítási (végeselemes vizsgálatok, multidiszciplináris optimalás, időigényes kísérletek, stb.) folyamatok kiértékelésének meggyorsítása szigmoid görbék segítségével (Szabó, 2024).

Az itt felsorolt vizsgálatok egymástól nagyon távolinak tűnő területeket ölelnek fel, de minden itt említett jelenség szigmoid görbével leírható, így a vizsgálatok segítik egymást, mivel ha az egyik jelenségnél értelmezzük egy adott görbeparaméter jelentését, hatását a görbe alakjának, lefutásának alakulására, az a görbeparaméter megtalálható lesz egy másik jelenség görbájénél is, csak meg kell

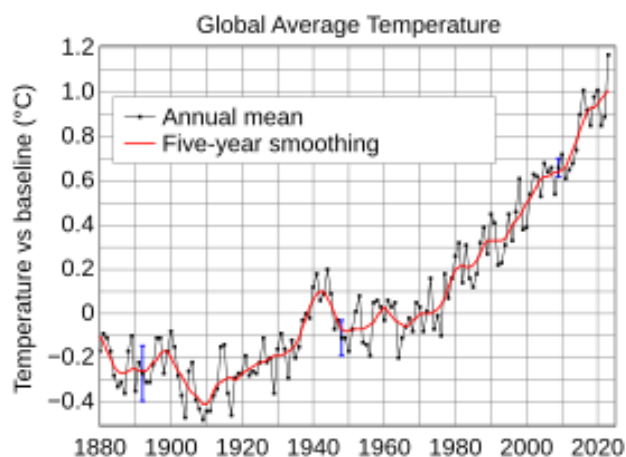
találni az ehhez a jelenséghez tartozó jelentőségét, hatását. Ezzel új, eddig nem vizsgált szempontokat, jellemzőket fedezhetünk fel az éppen vizsgált jelenségre vonatkozóan. Ezt kívánjuk kihasználni a következőkben a globális felmelegedés időbeli alakulását leíró görbe vizsgálatánál, a felsorolt jelenségek tanulmányozása folyamán eddig megtalált paramétereknek, jellemzőknek erre a területre való alkalmazása, újraértelmezése útján.

A globális felmelegedés vizsgálatát, az átlaghőmérséklet változását az utóbbi ezer évben bemutató ábrával kezdjük (1. ábra). Ezen az ábrán a megfigyelt értékeket, főleg a PS2004 jelű görbét (Pollack és Smerdon, 2004) tekintve, egyenes szakaszokkal közelítve egy exponenciális jellegű görbe látható, amely nem mutat inflexiós pontot, tehát még nincs rajta a szigmoid jelleg. Ez a viselkedés nagyon hasonló ahhoz, mint amit a logisztikai görbe mutat, olyankor, ha nincsenek ellenintézkedések, vagy a hatásuk még nem látszik elég jól. Ezért ezt a görbét még nem közelíthetjük szigmoid görbével, hiszen ebben a pillanatban még nem tudható, hogy milyen ellenintézkedések lehetnek és azoknak milyen hatása lehet. Ezért ez alapján a görbe alapján a jövőre nézve sem célszerű következtetéseket levonni, hiszen csak a korlátlan, nagyon gyors növekedést prognosztizálhatnánk, ami katasztrofális jövőképet adna. Az 1880 és 2020 közötti időszakot kissé jobban kidomborítja a NASA (2025) görbéje (2. ábra) a felszíni hőmérséklet átlagának alakulására, az 1951–1980 bázisidőszak átlagához képest. Ez a görbe már kissé jobban mutat szigmoid jelleget, ennek 1950 és 2020 közti szakaszának logisztikai görbével történő közelítését tartalmazza a 3. ábra, paraméterei pedig a 2. táblázatban találhatók. A 3. ábrában a közelítő görbét kissé meghosszabbítottuk, így a jövőre nézve egy olyan előrejelzést kapunk, hogy mi történne, ha minden a jelenlegi helyzet folytatásával haladna tovább.

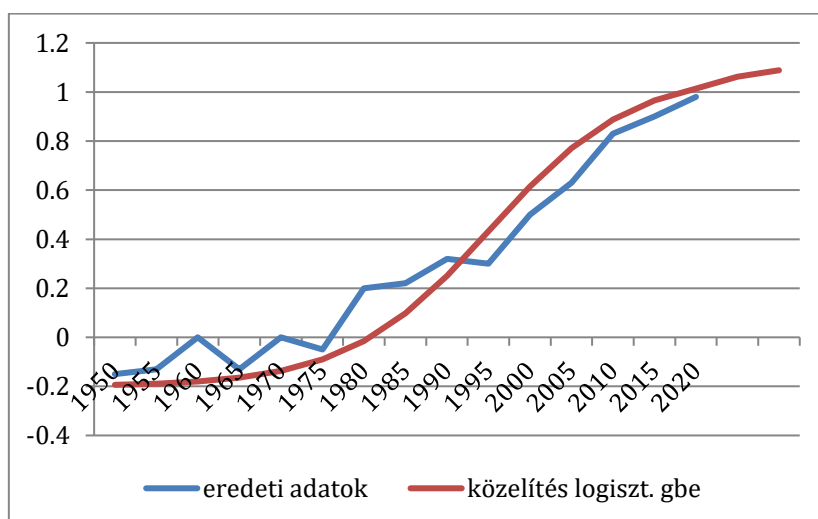
Az utóbbi évtizedekben elkezdődött és egyre jobban erősödik egy klímavédelmi tevékenység, egyezmények sorozata, ami néhány államban kibocsátáscsökkentő, környezetvédő döntéseket eredményez, melyeknek előbb-utóbb éreznünk kell a hatását, sőt a globális melegedést jellemző görbékben is jelentkeznie kell az erre jellemző eltérésnek.



1. ábra. Az északi félgömb átlaghőmérsékletének 12 félé forrásból rekonstruált eltérése az 1961–1990-es referencia-időszak átlagától (°C) (IPCC 2007, 6.10 ábra)



2. ábra. Átlagos felszíni hőmérséklet alakulása az 1951–1980 bázisidőszak átlagához képest (NASA, Data GISS, 2025)

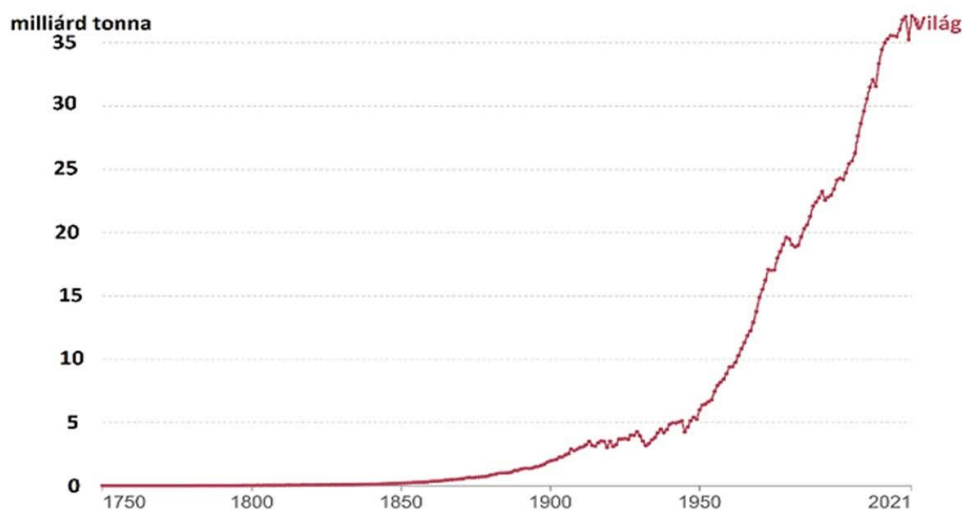


3. ábra. Átlagos felszíni hőmérséklet görbéjének közelítése

Az előző gondolatok indokolják a vizsgálatok további folytatását, vizsgálva a szén-dioxid-kibocsátás jellemző görbéjét, ami az egyik fő okozója lehet a melegedésnek, valamint a sarkvidéki jég kiterjedésének csökkenését, ami egy sajnálatos következménye a melegedésnek. Ha ezeken a görbékben fellelhető lenne a szigmoid jelleg, a telítődés megjelenése, akkor ez azt jelenthetné, hogy a globális felmelegedés jelenségében is benne lehet a szigmoid viselkedés, tehát a jövőt mégsem teljesen a korlátlan növekedés jellemzi, hanem lehetséges a telítődés bekövetkezése, ami kevésbé katasztrofális jövőképet adhatna. Természetesen ez csak halvány remény, de biztató hatása lehet a klímavédelmi szakemberek számára, hogy munkájuknak van kimutatható eredménye, és ha ez folytatódik, erősödik, akkor jelentős értékeket lehetne megmenteni a világban a pusztulástól.

2.1. A szén-dioxid-szennyezettség mértékének alakulása

A globális felmelegedés vizsgálatakor nagyon fontos az üvegházhatású gázok mennyiségének figyelése, mert szakértők és a közvélemény jelentős része szerint is az üvegházhatású gázok (főleg a szén-dioxid) jelentős mértékben járulnak hozzá a globális felmelegedéshez.



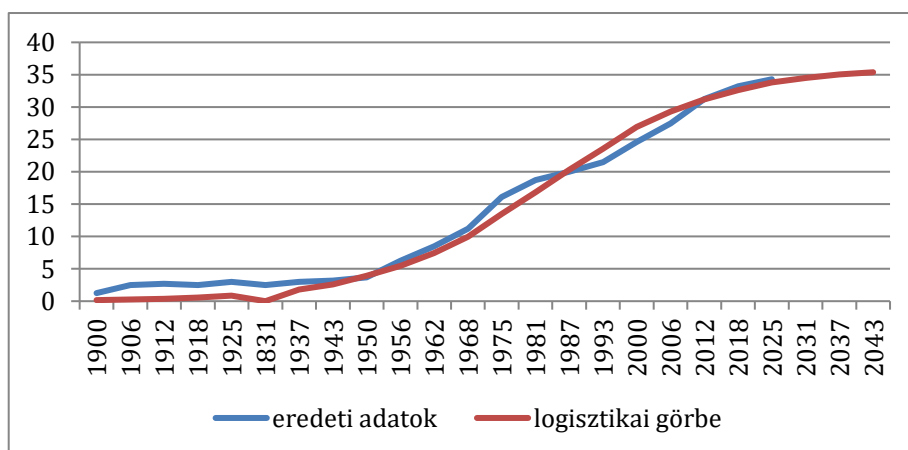
4. ábra. A világ szén-dioxid-szennyezésének alakulása 1750-től 2021-ig
(forrás: a Klímapolitikai Intézet szerkesztett képe az Our World in Data alapján (2024))

A 4. ábra a világ szén-dioxid-szennyezésének alakulását mutatja 1750 és 2021 között (azaz napjainkig). Ezen a görbén látható, hogy a szennyezés mértéke 200 éven keresztül, kb. 1950-ig nem tekinthető jelentősnek, 0 és 5 milliárd tonna közötti. Ezt követően a szennyezés 70 év alatt (valószínűleg az emberi tevékenység, ipar miatt) jelentősen, több mint hétszeresére nőtt.

Tekintsük a görbe 1900 és napjaink közötti szakaszát. Szembeötlő, hogy 1900 és kb. 1980 között egy nagyon meredek, exponenciális fejlődésnek tűnő növekedés tapasztalható, majd ezt követően egy mérsékelt fejlődés látható, amelynek a végén (nem egyértelmű,) talán telítődés is lehetséges lehetne a jövőben. Ez a viselkedés egy klasszikus logisztikai görbét ír le, melynek az inflexiós pontja 1987–1990-ben rajzolódik ki. Az eddigi megfigyelések alapján az exponenciális görbeszakasz annak a helyzetnek felel meg, amikor a fejlődés korlátlan, akadálytalan, azaz „nem csinálunk semmit”. Az ellenintézkedések hatásának megmutatkozása az inflexiós pont megjelenésével magyarázható, hiszen ekkortól az addigi gyors, akadálytalan fejlődés kisebb mértékűvé válik az ellenintézkedések hatására. A COVID–19 esetén a lezárások, maszkviselés, higiénia fokozása, stb. jelentették az ellenintézkedéseket és ekkortól lassult érezhetően a betegség terjedése. A szén-monoxid gáz mennyiségének növekedésével kapcsolatban tehát a korlátlan növekedés megszűnésének helyén (1990 környékén) szintén valamilyen ellenintézkedéseket kell keresni, melyek lassító hatást fejtenek ki a növekedési sebességre. Ezek valamilyen egyezmények, tárgyalások, megállapodások lehetnek, amelyek betartásával a részt vevő országok korlátozni kezdik az olyan jellegű ipari tevékenységet, amely növelheti a gáz kibocsátást, az inflexiós pont megjelenése pedig ennek hatásosságát mutatja. A három jellemző (korlátlan fejlődés, inflexiós pont, lassabb fejlődés) együttes jelenléte pedig nyilvánvalóvá teszi a logisztikai görbe alkalmazhatóságát a valós görbe közelítésére, matematikai leírására.

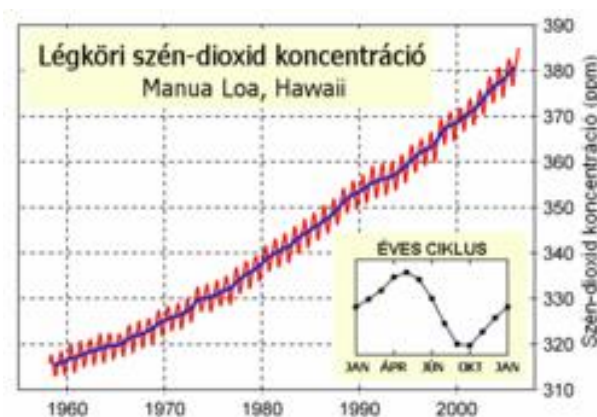
A 4. ábra görbéjének 1910 és 2021 közötti szakaszára a szigmoid görbével történő közelítés eredményét az 5. ábra mutatja, a logisztikai görbe egyenletében az ebben az esetben érvényes paraméterek számértéke pedig a következők: $K = 36,1594$, $r = 0,0637$, $c = 7,2937e + 54$. Ezekkel a szén-dioxid-kibocsátási görbe egyenlete és deriváltjának egyenlete az (1) egyenletben bemutatott alakban felírható. A K paraméter milliárd tonnában mutatja a telítődés esetén (ha minden változatlanul halad tovább) elérhető maximális szennyezettségi mennyiséget a jövőben, az r paraméter a növekedési sebességgel kapcsolatos. A szennyezettség növekedése napjainkban is elég gyorsnak és meredeknek mutatkozik, tehát az r paraméter itt látható értéke relatíve nagy értékkel bír. A c paraméter hatása olyan, mintha a görbét jobbra vagy balra tologatnánk, ez esetleg valamilyen hasonló jelenséggel való összehasonlítás esetén lehetne igazán jellemezhető.

Az 5. ábra görbét kicsit meghosszabbítottuk, így egy előrejelzést kapunk az elkövetkező kb. 20 évre, feltételezve, hogy nem fokozódik vagy csökken jelentősen a kibocsátásnövekedés az eddigi tendenciához képest.



5. ábra. A szén-dioxid-szennyezettség görbéjének közelítése

2.2. A Keeling-görbe



6. ábra. Keeling-ábra, 1960-tól 2010-ig
(Wikipédia, 2024)

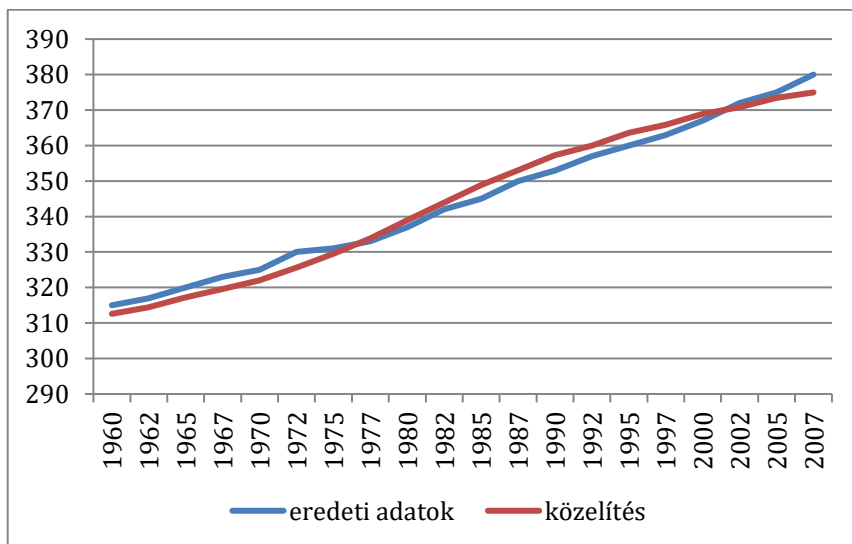
A logisztikai görbe alkalmazhatóságát támasztja alá a Keeling-görbe 1960 és 2010 közötti változásának görbéje (6. ábra) is, melyben kisebb mértékben, de szintén felfedezhető az inflexiós pont kb. 1987 tájékán. Tehát a továbbiakban a szén-dioxid mennyiségének vizsgálatához a logisztikai görbét használjuk. Ez a közelítés látható a 7. ábrán.

Az ellenintézkedések kezdete kb. 1972-re tehető, ekkor volt az ENSZ emberi környezetről folytatott konferenciája (2024), (Európai Parlament, 2023), valamint Genfben 1979-ben volt a klíma-világkonferencia. Igazi hatásuk azonban csak később, a Montreali Egyezmény elfogadása (1987) és az Éghajlatváltozási Kormányközi Testület (IPCC) felállítása után kezd érzékelhetővé válni, a testület első jelentése 1990-ben jelenik meg. Ezek az időpontok jól egybeesnek a 4. ábra és a 6. ábra görbéin az inflexiós pont megjelenésének időpontjával. Ez alapján nemcsak a logisztikai görbe alkalmazhatósága erősíthető meg, hanem az is láthatóvá, kimutathatóvá válik, hogy az egyezményeknek, megállapodásoknak és azok betartásának ténylegesen hatása van a szén-dioxid-kibocsátás mennyiségének alakulására. Ezt a tényszerű kimutathatóságot akár alkalmazni is lehetne különböző propagandaakciók, figyelemfelhívások tervezésére, hogy még jobban felhívjuk az emberek figyelmét az ellenintézkedések fontosságára, hatásosságára és minél szélesebb körű alkalmazására, elfogadására. Ezzel még jelentősebben hozzá lehetne járulni a szennyezés növekedésének jövőbeli visszafogásához.

A Keeling-görbe közelítését a 7. ábra mutatja, egyenletének paraméterei:

$$K = 395,0445; \quad r = 0,039965; \quad c = 3,6578e + 33.$$

A K paraméter esetében az elérhető maximum jövőbeli előrejelzéséhez azt kell feltételeznünk, hogy a jelenlegi helyzet változatlan folytatódása esetén érvényes az itt megadott értéke. Ha a jövőben bármilyen kibocsátáscsökkenés érvényesülne (további egyezmények, erősebb kibocsátás-visszafogás stb.), akkor kisebb K érték alakulhat ki a jövőben, de ha kibocsátás növekedés lépne fel, akkor a jövőben nagyobb K érték lehetséges. Ezért hasznos lehet egy, a szigmoid görbére épülő jelzőrendszer kiépítése, hasonlóan a szerszámkopást jelző rendszerhez (Szabó, 2021b), ami jelezhetné ezeket a változásokat, esetleg riasztás lenne kiadható a növekedés értékétől függően.

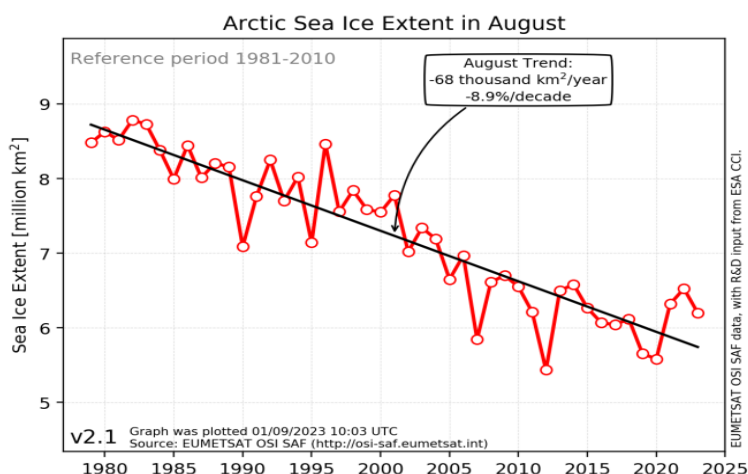


7. ábra. A Keeling-görbe közelítése

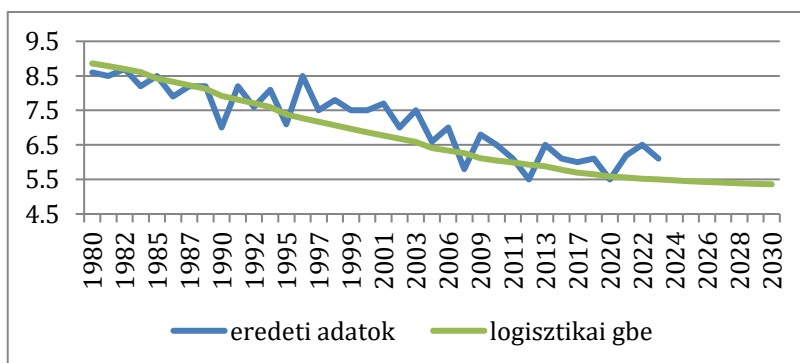
2.3. A sarki jég kiterjedésének vizsgálata

Az északi sarki jég kiterjedésének változását 1981 és 2010 között a 8. ábra mutatja. Az adatok változásai évről évre nagymértékben ingadoznak, hullámoznak, ami nehezíti a közelítést. Lineáris regresszióval történő közelítés látszik az ábrán, de megjegyzendő, hogy az ábrát létrehozó intézmény a jövőre vonatkozó előrejelzésekhez a lineáris változásként történő kezelést nem javasolja, vagy csak erős fenntartásokkal.

Az adatok alakulását tekintve két szakaszt lehet elkülöníteni a görbében, egy gyors csökkenést, ami 1995 után mérséklődni látszik. A szén-dioxid-kibocsátási görbe és a Keeling-görbe is kb. ebben az időben rendelkezik inflexiós ponttal, ez pedig feléleszti azt a gyanút, hogy a jégkiterjedés görbéje is közelíthető lehet a logisztikai görbével. Ezek alapján megpróbáljuk a szigmoid görbével való közelítést (a kétféle csökkenési tendencia elkülöníthetősége miatt alkalmazzuk a logisztikai görbét és nem a Bertalanffy-féle növekedési görbét).



8. ábra. Az északi sark jegének kiterjedése 1981 és 2010 között
(forrás: EUMETSAT, OSI SAF (Copyright ©2023EUMETSAT))
Sarkvidékek jegének kiterjedése, 2023)



9. ábra. Az északi sark jegének kiterjedése, a görbe közelítése

A görbeközelítések számszerű eredményeit a 2. táblázatban gyűjtöttük össze. Az ebben szereplő K paraméter mértékegysége nem egy adott érték, hanem mindig az adott jelenség jellemzőitől függ, azaz a szén-dioxid-kibocsátási görbénél millió tonna, a Keeling-görbe esetén ppm, a sarki jég kiterjedését mutató görbe K értékének mértékegysége pedig millió négyzetkilométer. Az r és c paraméterekhez nem köthető mértékegység. A regressziós tényező abszolút értéke mindhárom görbe esetén 1-hez közeli számértéket mutat, tehát a görbékből, jellemzőikből, paramétereikből levont következtetéseink megalapozottnak, megbízhatónak tekinthetők. A sarki jég görbéjének közelítését a 9. ábra mutatja, a közelítő görbe egyenletében szereplő paraméterek: $K = 4,806654$; $r = -0,089802$; $c = 5,346903e + 77$

A 9. ábrán a közelítő görbét 2030-ig meghosszabbítottuk.

2. táblázat. A görbék közelítésének számszerű eredményei

	K	r	c	regressziós tényező
északi félgömb átlaghőmérséklete	1,28	0,117075	$2,79563e + 109$	0,97642
szén-dioxid- kibocsátás	36,1594	0,0637	$7,2937e + 54$	0,98348
Keeling- görbe	395,0445	0,039965	$3,6578e + 33$	0,99415
sarki jég kiterjedése	4,806654	-0,089802	$5,346903e + 77$	-0,96921

3. Összefoglalás

Kihasználva a szigmoid görbék kiterjedt multidiszciplináris alkalmazhatóságát, a globális felmelegedés jellemző görbéit közelítettük logisztikai görbe segítségével. A szén-dioxid-kibocsátásra a Klímapolitikai Intézet 1750 és 2021 közötti változásra közzétett görbéjét, valamint a Keeling-görbét vizsgáltuk, a sarki jég kiterjedésének változását leíró görbét az EUMETSAT intézet közzétett görbéjével vettük figyelembe. Az északi félgömb átlaghőmérsékletének alakulására a NASA Data GISS görbéjét alkalmaztuk. Mindegyik vizsgált görbe esetén a regressziós tényező abszolút értéke közel volt az 1-hez, így megbízhatónak, jó minőségűnek ítéltük a közelítéseket, a közelítő görbék vizsgálata, értelmezése és paraméterei alapján levont következtetések pedig megalapozottnak tekinthetők.

Megállapítható, hogy mindegyik vizsgált görbe esetén felismerhető a szigmoid jelleg, sőt, mivel mind a négy görbénél az inflexiós pont helye kb. 1990 környékére tehető, ezért a görbék jól közelíthetők logisztikai görbével. Ez az egybeesés érthető is, hiszen a görbék ugyanazzal a jelenséggel, a globális felmelegedéssel hozhatók kapcsolatba. Az inflexiós pont megjelenése az addigi gyors, korlátlan fejlődést felváltó korlátos fejlődés kezdetét mutatja, ennek fő oka lehet a klímaegyezmények betartásának, a kibocsátás korlátozásának elkezdődése.

A kibocsátás mértékére és a Keeling-görbére a közelítést elvégezve, felírható a logisztikai görbe egyenlete, amelyben szereplő K paraméter a vizsgált jelenséget jellemző érték jövőbeli alakulását, lehetséges telítődési szintjét mutatja, természetesen azt feltételezve, hogy minden a jelenlegi feltételek szerint megy tovább. A kibocsátás jövőbeli csökkentése esetén (erősebb megszorítások, egyezmények szorosabb betartása, stb.) ez a jövőbeli szint csökkenhet, de a kibocsátás növekedése esetén nagyobb is lehet. Ennek figyelésére, az esetleges riasztás lehetőségére nyújthat megoldást egy, a szigmoid görbékre épülő figyelőrendszer kialakítása.

A sarki jég kiterjedését leíró görbe logisztikai görbeként történő közelítése lehetőséget biztosít a jelenség jövőbeli alakulásának előrejelzésére is. A valós adatok nagymértékű ingadozása, hullámzó jellege miatt a közelítés csak nehezen megvalósítható, így a jövőre vonatkozó következtetéseket óvatosan kell kezelni, az adatok további folytonos figyelésével ellenőrizni kell. Az irodalomban fellelhető lineáris közelítés alapján pár évtized múlva a sarki jég teljes megszűnése lenne prognosztizálható, függetlenül az esetleges kibocsátáscsökkentő intézkedésektől. A logisztikai görbével történő közelítés a telítődési jelleg miatt a sarki jég egy részének kissé hosszabb ideig való megmaradását jelzi, ami talán jobb remény lehetne a jövőre nézve, valamint figyelembe veszi az eddigi klímavédelmi intézkedések jótékony hatását. A további megfigyelések fogják megmutatni, hogy melyik prognózis közelíti majd jobban a valóságot. Az azonban már most kimondható, hogy minden egyes tizedszázalék kibocsátásnövekedés elkerülése több millió négyzetkilométernyi jeget menthetne meg (Zekollari et al., 2025). A mai döntések hosszú távra meghatározhatják, hogy mennyi marad meg a jövőben a jelenlegi jégmennyiségből.

Az a tény, hogy a vizsgált görbék inflexiós pontjai időben közel egybeesnek, kb. az 1990-es év környékére tehetők, azt erősítik meg, hogy a klímaegyezmények nagyon fontosak, azok szigorú betartása jelentősen visszafoghatja a szén-dioxid-kibocsátás növekedését, valamint fokozottabban hozzájárulhat a sarki jég kiterjedésének megvédéséhez is. Ezeket a tényeket a klímavédelemmel foglalkozó szakemberek felhasználhatják akár kampányokban, akár az embereket jobban meggyőző kiadványokban is, valamint ezek a kimutatható eredmények eklatánsan mutatják eddigi munkájuk eredményességét, hatását is.

A további kutatómunka tárgya lehet az itt vizsgált görbék deriváltjának vizsgálata, összehasonlítása, amiből további érdekes, hasznos következtetések lennének levonhatók.

Köszönetnyilvánítás

E cikk szerzője ezúton szeretné köszönetét kifejezni Kiss-Szabó Zsanett részére (időjárás előrejelző és vészjelző meteorológus, HungaroMet Magyar Meteorológiai Szolgáltató Nonprofit Zrt., 1525 Budapest, Pf. 38. e-mail: szabo.zs@met.hu), a cikk megírásához szükséges kutatómunka során nyújtott segítségéért.

Irodalom

- [1] Bertalanffy, L. (1960). Principles of Theory of Growth. In *Fundamental Aspects of Normal and Malignant Growth*. Amsterdam: Elsevier, pp. 137–259.
- [2] Pearl, R., Reed, L. J. (1920). On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation. *Proc. of the National Academy of Sciences*, 6 (6), pp. 275–288. <https://doi.org/10.1073/pnas.6.6.275>
- [3] Törnquist, L. (1981). *Collected scientific papers of Leo Törnquist*. Helsinki: Research Institute of the Finnish Economy. Series A.
- [4] Mitscherlich, E. A. (1909). The law of minimum and the law of diminishing soil productivity. (In German). *Landwirtschaftliche Jahrbücher*, 38, pp. 537–552.
- [5] Lorentz, M. O. (1905). Methods of measuring the concentration of wealth. *Publications of the American Statistical Association*, 9 (70), pp. 209–219. <https://doi.org/10.1080/15225437.1905.10503443>
- [6] Nelder, J. A., Mead, R. (1965). A simple method for function minimisation. *Computer Journal*, 7, pp. 308–313. <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>

- [7] Fisher, J. C., Pry, R. H. (1971). A simple substitution model of technological change. *Technological Forecasting and Social Change*, 3, pp. 75–88.
[https://doi.org/10.1016/S0040-1625\(71\)80005-7](https://doi.org/10.1016/S0040-1625(71)80005-7)
- [8] Szabó F. J. (2011). Analógia a sport- világsúcsok története és az evolúciós optimáló algoritmusok iteráció- története között. *GÉP*, 62 (9–10), pp. 28–31.
- [9] Szabó F. J. (2020). A COVID–19-járvány időbeli alakulásának vizsgálata szigmoid görbékkel. *Multidiszciplináris Tudományok*, 10 (3), pp. 294–306. <https://doi.org/10.35925/j.multi.2020.3.35>
- [10] Szabó F. J. (2021a). A szigmoid görbék multidiszciplinaritása. *GÉP*, 72 (3–4), pp. 61–64.
- [11] Szabó, F. J. (2019). Application of sigmoid curves in environmental protection. In Szita Tóthné, K., Jármay, K., Voith, K. (Eds.), *Solutions for Sustainable Development: Proceedings of the 1st International Conference on Engineering Solutions for Sustainable Development*, (ICESSD 2019). London, United Kingdom: CRC Press, pp. 1–7.
<https://doi.org/10.1201/9780367824037-23>
- [12] Szabó, F. J. (2021b). Analysis of wear curves as sigmoid functions. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 22, pp. 273–281. https://doi.org/10.1007/178-981-15-9529-5_24
- [13] Szabó, F. J. (2017). Evolutionary based system for qualification and evaluation of group achievements (EBSYQ). *International Journal of Current Research*, 9 (08), pp. 55507–55516.
- [14] Szabó, F. J. (2024). Vizsgálatok időigényének csökkentési lehetősége szigmoid görbék alkalmazásával. *Multidiszciplináris Tudományok*, 14 (4), pp. 24–32.
<https://doi.org/10.35925/j.multi.2024.4.2>
- [15] <https://klimapolitikaiintezet.hu/elemzes/parizsi-megallapodas-globalis-felmelegedes-merteke> (letöltve: 2025. 04. 22.).
- [16] Keeling görbe. Wikipédia. <https://hu.wikipedia.org/wiki/Keeling-g%C3%B6rbe> (letöltve 2025. 05. 03.).
- [17] Európai Parlament (2023). https://www.europarl.europa.eu/infographic/climate-negotiations-timeline/index_hu.html (letöltve: 2025. 01. 09.).
- [18] Sarkvidékek jegének kiterjedése (2023). <https://osisaf-hl.met.no/v2p1-sea-ice-index> (letöltve: 2025. 05. 30.).
- [19] IPCC, 2007. Climate Change 2007: The physical science basis. Working Group I Contribution to the Fourth Assessment Report of the IPCC. IPCC, Cambridge University Press, New York.
- [20] Pollack, H. N., Smerdon, J. E. (2004). Borehole climate reconstructions: Spatial structure and hemispheric averages. *J. Geophys. Res.*, 109 (D11), D11106.
<https://doi.org/10.1029/2003JD004163>
- [21] Data GISS. <http://data.giss.nasa.gov/gistemp> (letöltve: 2025. 06. 20.).
- [22] Zekollari, H., Schuster, L., Maussion, F. et al. (2025). Glacier preservation doubled by limiting warming to 1.5 °C versus 2.7 °C. *Science*, 388 (6750), pp. 979–983.
<https://doi.org/10.1126/science.adu4675>