FOGASGYŰRŰS TENGELYKAPCSOLÓK FOGÉRINTKEZÉSÉNEK ELEMZÉSE

Kelemen László

PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék 3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: <u>machkel@uni-miskolc.hu</u>

Szente József

egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék 3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: <u>machszj@uni-miskolc.hu</u>

Összefoglalás

A fogasgyűrűs tengelykapcsolók tengelyvégek összekapcsolására, az egytengelyűségi eltérések kiegyenlítésére szolgálnak. Fő alkotó elemeik: a belső fogazatú hüvely és a domborított fogazattal rendelkező agy, melyek azonos fogszámmal rendelkező sajátos fogaskerekek. A domborított fogazat révén a tengelykapcsoló képes kompenzálni az összekapcsolt tengelyek szögeltérését, párosával beépítve pedig kiküszöböli az egytengelyűségi hibát is. A dolgozatban (a gyártási eljárásokkal összhangban) előállítjuk a fogfelületek matematikai modelljeit. A kapcsoló működésének elemzéséhez közelítő számítási módszert mutatunk be, mely alkalmas a fogérintkezés vizsgálatára, a kapcsoló mozgástörvényének meghatározására.

Kulcsszavak: fogasgyűrűs tengelykapcsoló, belső fogazat, domborított fogazat, lefejtőmarás, fogmetszés, fogkapcsolódás

Abstract

Gear couplings are mechanical components to connect shaft ends and eliminate the misalignments. Most important elements of the gear coupling are the hub and the sleeve. The hub is an external gear having crowned teeth and the sleeve is an internal spur gear. Both gears have equal number of teeth. In this paper the manufacturing methods are presented for the hub and sleeve and mathematical models are investigated for the tooth surfaces of both components. An approximation is presented to determine the contact points and to analyze the gear meshing.

Keywords: gear coupling, internal gear, crowning, gear hobbing, gear shaping, gear meshing

1. Bevezetés

A fogasgyűrűs tengelykapcsoló (1. ábra) fő alkotó elemei a belső fogazatú hüvely és a domborított fogazattal rendelkező agy. A két fogazott gépelem egy sajátos fogaskerékpárt alkot, ahol a fogszámok azonosak. A domborított fogazat révén a tengelykapcsoló képes kompenzálni az összekapcsolt tengelyek szögeltérését. Ehhez egyetlen agy-hüvely párosítás elegendő, azonban a gyakorlatban általában két elempárt építenek be az 1. ábrának

megfelelően. Ezzel a szöghiba mellett az összekötött tengelyek egytengelyűségi hibájának a kiküszöbölése is lehetővé válik. Ebben a dolgozatban megvizsgáljuk a fogazott elemek gyártási lehetőségeit és ezekkel összhangban előállítjuk a fogfelületek matematikai modelljét. A fogkapcsolódás elemzéséhez egyszerűsített eljárást dolgoztunk ki, mellyel előállítjuk a kapcsoló mozgástörvényét, és a működéssel kapcsolatos további vizsgálatok lehetőségét teremtjük meg.



1. ábra. Fogasgyűrűs tengelykapcsoló

2. Az agy domborított fogfelületének meghatározása

2.1. A domborított fogfelület gyártása

A tengelykapcsoló agy domborított fogazata lefejtőmarással, a munkadarab és a szerszám összehangolt mozgatásával állítható elő, a 2. ábrának megfelelően.



2. ábra. A domborított fogazatú agy lefejtőmarása

Hengeres fogaskerekek lefejtőmarása során a szerszám és a munkadarab folyamatos forgómozgást végeznek, miközben a szerszám lassú előtolással mozog a munkadarab tengelyével párhuzamosan. A domborított fogfelület előállításához a 2. ábrának megfelelően a szerszámot körpályán kell mozgatni. A lefejtőmarógép sajátos felépítése ezt általában nem teszi lehetővé, ezért a szükséges relatív mozgást a munkadarab-asztal sugárirányú és a szerszám axiális mozgásával érjük el. Gyártás közben a tengelytáv folyamatosan változik. Legnagyobb értéke:

$$a_{\max} = r_0 + r_1 \,, \tag{1}$$

ahol r_0 a lefejtőmaró osztókörsugara, r_1 a munkadarab osztókörsugara.

A szerszám és a munkadarab relatív mozgásának körpályáját az $A = \overline{MN}$ sugárral jellemezhetjük, mely függ a szerszám osztókörsugarától és a fogdomborításra jellemző R mérettől (2. ábra):

$$A = r_0 + R . (2)$$

A tengelytáv pillanatnyi értékét fentiek mellett a lefejtőmaró axiális helyzete határozza meg, melyet a 2. ábrán *B*-vel jelöltünk. Mindezek alapján a pillanatnyi tengelytáv:

$$a = \sqrt{A^2 - B^2 - R + r_1} \,. \tag{3}$$

2.2. A domborított fogfelület matematikai modellje

Az eddig leírtak alapján megállapítható, hogy a kialakuló fogfelület több paraméter függvénye. Így befolyásolja a lefejtőmaró mérete (r_0) és az előtolás nagysága.

Tulajdonképpen hengeres fogaskerekek lefejtőmarására is igaz, hogy ugyanaz a fogaskerék másik lefejtőmaróval, vagy más előtolással előállítva, nem ugyanazzal a fogfelülettel rendelkezik. A hengeres fogaskerekek evolvens fogfelületei tehát idealizált felületek.

A domborított fogazatok esetében ezt az idealizált fogfelületet úgy származtatjuk, hogy fogak tengelymetszeteiben változó profileltolással rendelkező evolvens fogazatot feltételezünk.



3. ábra. Az agy domborított fogfelülete

A fogfelület egyenlete:

$$x_{1} = r_{y_{1}} \sin \theta_{1},$$

$$y_{1} = r_{y_{1}} \cos \theta_{1},$$

$$z_{1} = t_{1}.$$
(4)

ahol $r_{\rm yl}$ tetszőleges sugár a fogprofil mentén, θ_1 a fogszög. Számítására a

$$\theta_1 = \frac{s}{2r_1} + inv\alpha - inv\alpha_{y_1} \tag{5}$$

összefüggés szolgál, ahol s a fogvastagság az osztóhenger mentén, r_1 az osztókörsugár, α az alapprofilszög, α_{y1} a profilszög, mely

$$\cos\alpha_{y1} = \frac{r_{b1}}{r_{y1}} \tag{6}$$

alapján határozható meg. r_{b1} az alapkörsugár. (5)-ben *inv* az evolvens függvény, értelmezése: inv $\alpha = \tan \alpha - \alpha$.

A fogvastagság az osztóhenger mentén:

$$s = s_0 - 2(R - \sqrt{R^2 - z_1^2}) \tan \alpha , \qquad (7)$$

ahol s_0 a fogvastagság a $z_1 = 0$ síkban.

Mindezek alapján megállapítható, hogy θ_1 az r_{y1} sugártól és a $z_1 = t_1$ koordinátától függ, vagyis (4)-ben

$$\begin{array}{c} x_1 = x_1(t_1, r_{y_1}), \\ y_1 = y_1(t_1, r_{y_1}). \end{array}$$
(8)

3. A hüvely fogfelületének meghatározása

3.1. Belső fogazatú fogaskerekek gyártási eljárásai

A belső fogazatú fogaskerekek gyártási módszerei két csoportra oszthatók: profilozó és lefejtő eljárásokra. A profilozó eljárások közé az alakmarás és az üregelés, a lefejtő gyártási eljárások közé a fogmetszés (4. ábra), a foghámozás és a lefejtőmarás tartozik.



4. ábra. Belső fogazatú fogaskerék gyártása metszőkerékkel

A gyakorlatban a fogmetszés és az üregelés bír kiemelt jelentőséggel. A *fogmetszés* pontosságával, az *üregelés* termelékenységével emelkedik ki a belső fogazatú fogaskerekek előállítására használt módszerek közül.

A továbbiakban részletesen csak a fogmetszéssel foglalkozunk, megjegyezve, hogy rendkívül magas költségei ellenére a tömeggyártás számára az üregelés jelenti a gazdaságos megoldást.

A fogmetszőgépet és szerszámát, a metszőkereket *Fellows* találta fel, és 1897-ben szabadalmaztatta. A munkadarab és a szerszám elhelyezkedését, a fogmetszésre jellemző mozgásokat a 4. ábra szemlélteti.

Fogmetszéskor a szerszám és a munkadarab tengelyei párhuzamosak. A lefejtést a szerszám és a munkadarab összehangolt forgómozgása adja. A szögsebességek között fennálló kapcsolat az áttétellel fejezhető ki, mely egyenlő a fogszámviszonnyal:

$$\frac{\omega_0}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_0} = u . \tag{9}$$

A forgácsoló mozgás a szerszám függőleges (egyes géptípusoknál vizszintes) alternáló mozgása. Fogmetszéskor kétféle előtolást különböztetünk meg: a sugárirányú és a kerületi előtolást. A sugárirányú előtolást vezérlőtárcsával, vagy menetes orsóval valósítják meg, a kerületi előtolás a szerszám osztókörén mért, egy löketre vonatkozó elfordulás mm-ben. Forgácsolás közben sem a szerszám, sem a munkadarab nem forog. A lefejtő mozgást, azaz a kis mértékű elfordulást, a szerszám visszatérő mozgása közben végzik.

Fogmetszéssel egyenes és ferde fogú fogaskerekek is előállíthatók. Egyenes fogú fogaskereket egyenes fogú szerszámmal, ferde fogú fogaskereket ferde fogú szerszámmal lehet gyártani. Mivel a fogasgyűrűs tengelykapcsolókba egyenes fogú belső fogazatú kereket építenek be, a továbbiakban csak az egyenes fogazattal foglalkozunk.

3.2. A hüvely belső fogazatú fogfelületének matematikai modellje

A belső fogazatú fogaskerekek elméleti fogfelületei evolvens hengerek. Az 5. ábrán a fogprofil és a fogfelület paraméterei láthatók.



5. ábra. A hüvely belső fogazatú fogfelülete

A fogfelület egyenletei:

$$\begin{array}{l} x_{2} = r_{y2} \sin \theta_{2}, \\ y_{2} = r_{y2} \cos \theta_{2}, \\ z_{2} = t_{2}. \end{array}$$
(10)

(10)-ben r_{y2} a fog
profil tetszőleges sugara, θ_2 a fogárokszög. Számítására a következő összefüggés szolgál:

$$\theta_2 = \frac{e}{2r_2} + inv\alpha - inv\alpha_{y^2},\tag{11}$$

ahol *e* a fogárok szélessége az osztókörön mérve, r_2 az osztókörsugár, α az alapprofilszög, α_{y2} a profilszög r_{y2} sugáron. Meghatározása az alábbi képlettel lehetséges:

$$\cos \alpha_{y2} = \frac{r_{b2}}{r_{y2}}$$
 (12)

Itt r_{b2} alapkörsugár. (11)-ben *inv* az evolvens függvény, értelmezése: inv $\alpha = \tan \alpha - \alpha$.

A fogfelület két független paraméterrel írható le az alábbi formában:

$$\begin{array}{l} x_{2} = x_{2}(r_{y_{2}}), \\ y_{2} = y_{2}(r_{y_{2}}), \\ z_{2} = z_{2}(t_{2}). \end{array}$$
(13)

4. A fogkapcsolódás elemzése



6. ábra. Szöghibával rendelkező fogasgyűrűs tengelykapcsoló

A szöghibával rendelkező fogasgyűrűs tengelykapcsoló egy különleges, metsződő tengelyű fogaskerékpárnak tekinthető (6. ábra).

A tengelyszög megegyezik a γ szöghibával. A fogszámok a külső fogazatú agy és a belső fogazatú hüvely fogazatánál megegyeznek. Az agy domborított fogfelülete és a

hüvely evolvens profilú hengeres fogfelülete minden pillanatban egy pontban érintkeznek. A kapcsolódás elemzéséhez

- meg kell határozni a fogfelületek egyenleteit, valamint
- elő kell állítani a hajtás mozgástörvényét, mint az elfordulási szögek közötti függvénykapcsolatot.

4.1. Koordinátarendszerek

Négy koordinátarendszert fogunk használni. S_1 (O, x_1 , y_1 , z_1) és S_2 (O, x_2 , y_2 , z_2) mozgó koordinátarendszerek, melyeket mereven hozzákapcsolunk az agyhoz (1 fogaskerék) ill. a hüvelyhez (2 fogaskerék).

 S_f (O, x_f , y_f , z_f) és S_a (O, x_a , y_a , z_a) álló koordinátarendszerek. S_f a globális rendszer, míg S_a egy segéd koordinátarendszer. Ha nincsen szöghiba ($\gamma = 0$), S_a egybeesik S_f -fel (6. ábra). Valamennyi koordinátarendszer közös O origóval rendelkezik.



7. ábra. Az alkalmazott koordinátarendszerek

 S_1 forog S_a –ban a z_a tengely körül, amelyik egybeesik z_1 -gyel. A φ_1 elfordulási szöget x_a és x_1 tengelyek között mérjük (7. ábra). Amikor $\varphi_1 = 0$, S_1 egybeesik S_a -val. Hasonló módon, S_2 forog S_f –ben a z_2 -vel egybeeső z_f tengely körül. A φ_2 elfordulási szöget az x_f és az x_2 tengelyek között mérjük (7. ábra). Amikor $\varphi_2 = 0$, S_2 egybeesik S_f -fel.

A koordinátarendszerek közötti összefüggéseket a következő egyenletek fejezik ki:

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{M}_{a1} \,\mathbf{r}_1,\tag{14}$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{M}_{f2} \, \mathbf{r}_2, \tag{15}$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{M}_{fa} \, \mathbf{r}_a \,, \tag{16}$$

ahol a helyvektorok az S_1 , S_2 , S_a és S_f koordinátarendszerekben az alábbiak:

$$\mathbf{r}_{1} = \begin{bmatrix} x_{1} \\ y_{1} \\ z_{1} \end{bmatrix}, \ \mathbf{r}_{2} = \begin{bmatrix} x_{2} \\ y_{2} \\ z_{2} \end{bmatrix}, \ \mathbf{r}_{a} = \begin{bmatrix} x_{a} \\ y_{a} \\ z_{a} \end{bmatrix}, \text{ és } \mathbf{r}_{f} = \begin{bmatrix} x_{f} \\ y_{f} \\ z_{f} \end{bmatrix}.$$

Az átviteli mátrixok az egyes koordinátarendszerek között:

$$\mathbf{M}_{a1} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0\\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
(17)

$$\mathbf{M}_{fa} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix},$$
(18)

$$\mathbf{M}_{f2} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (19)

Az \mathbf{M}_{nm} jelölés az S_m rendszerből az S_n rendszerbe történő áttérést jelenti.

4.2. Érintkezési pontok a fogfelületeken

Az agy és a hüvely fogfelületeinek közös érintkezési pontjaiban a helyvektorok és a normálisok is megegyeznek. Az $S_{\rm f}$ koordinátarendszerben felírva:

$$\mathbf{r}_{f}^{(1)}(r_{y1},t_{1},\varphi_{1}) = \mathbf{r}_{f}^{(2)}(r_{y2},t_{2},\varphi_{2}), \qquad (20)$$

$$\mathbf{n}_{f}^{(1)}(r_{y_{1}},t_{1},\varphi_{1}) = \mathbf{n}_{f}^{(2)}(r_{y_{2}},t_{2},\varphi_{2}).$$
(21)

A (20) vektor egyenlet megfelel három független skaláris egyenletnek, de a (21) egyenlet csak két független skaláris egyenlettel egyenértékű, mivel mindkét normális egységvektor, azaz

$$\mathbf{n}_{f}^{(1)} = \left| \mathbf{n}_{f}^{(2)} \right| = 1.$$
(22)

Az agy és a hüvely fogfelületei a hozzájuk kapcsolt S_1 és S_2 koordinátarendszerekben a következő egyenletekkel írhatók le:

$$\mathbf{r}_{1} = \begin{bmatrix} x_{1} \\ y_{1} \\ z_{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{y_{1}} \sin \theta_{1} \\ r_{y_{1}} \cos \theta_{1} \\ t_{1} \end{bmatrix}$$
(23)

és

$$\mathbf{r}_{2} = \begin{bmatrix} x_{2} \\ y_{2} \\ z_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{y2} \sin \theta_{2} \\ r_{y2} \cos \theta_{2} \\ t_{2} \end{bmatrix}.$$
 (24)

A koordináták (4) és (10) összefüggésekből ismertek.

Mindkét fogfelület forog a saját tengelye körül az álló rendszerben. A forgó fogfelületeket az álló $S_{\rm f}$ rendszerben felírva az alábbi egyenletekhez jutunk:

$$\mathbf{r}_{f}^{(1)} = \mathbf{M}_{fa} \,\mathbf{M}_{a1} \,\mathbf{r}_{1} \tag{25}$$

és

$$\mathbf{r}_{f}^{(2)} = \mathbf{M}_{f2} \,\mathbf{r}_{2} \,. \tag{26}$$

A normálisokat is áthelyezve az S_f álló koordinátarendszerbe:

$$\mathbf{n}_{f}^{(1)} = \mathbf{M}_{fa} \,\mathbf{M}_{a1} \,\mathbf{n}_{1} \,, \tag{27}$$

56

$$\mathbf{n}_{f}^{(2)} = \mathbf{M}_{f2} \,\mathbf{n}_{2},\tag{28}$$

egyenleteket kapjuk, ahol a normális egységvektorokat a következő módon értelmezzük:

$$\mathbf{n}_{1} = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_{1}}{\partial r_{y1}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{1}}{\partial t_{1}}}{\left|\frac{\partial \mathbf{r}_{1}}{\partial r_{y1}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{1}}{\partial t_{1}}\right|},$$

$$(29)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}_{2}}{\partial r_{y2}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{2}}{\partial t_{2}}$$

$$\mathbf{n}_{2} = \frac{\partial r_{y2} & \partial t_{2}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_{2}}{\partial r_{y2}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{2}}{\partial t_{2}} \right|}.$$
(30)

A (20) és (21) egyenletekkel megadott, öt nemlineáris skaláris egyenletből álló egyenletrendszer megoldása numerikus módszerrel, iterációs úton, számítógép alkalmazásával lehetséges. A megoldás nagyon összetett és bonyolult, ezért egy közelítésen alapuló egyszerűsített megoldást mutatunk be az érintkezési pontok helyének meghatározására és a tengelykapcsoló mozgástörvényének előállítására.

4.3. Közelítő számítás a fogérintkezés elemzésére

A fogérintkezés vizsgálatának egyszerűsítése érdekében az agy domborított fogfelületét diszkrét pontokkal behálóztuk. A pontokat a fogfelületen sugárirányban és tengelyirányban felvett görbék metszéspontjaiként határoztuk meg, a 8. ábrán látható módon. Sugárirányban a felületi görbéket különböző sugarú hengerekkel metszettük ki, tengelyirányban az egymással párhuzamos síkban lévő görbék evolvens profilok. A csomópontok száma *i* irányban *n*, *j* irányban *m* (8. ábra).



8. ábra. A fogfelület hálózása a csomópontokkal

A csomópontok koordinátái az S_1 koordinátarendszerben:

$$\begin{array}{l} x_{1i,j} = r_{y1i} \sin \theta_{1i,j}, \\ y_{1i,j} = r_{y1i} \cos \theta_{1i,j}, \\ z_{1i} = z_{\min} + j \Delta z, \end{array}$$

$$(31)$$

(32)

ahol $r_{y1i} = r_{min} + i\Delta r$.

Áttérve az S_a álló koordinátarendszerbe, a forgó fogfelületen lévő csomópontok helyét a következő egyenletek határozzák meg:

$$x_{ai,j} = r_{y1i} \sin\left(\theta_{1i,j} + \varphi_{1}\right),$$

$$y_{ai,j} = r_{y1i} \cos\left(\theta_{1i,j} + \varphi_{1}\right),$$

$$z_{ai} = z_{1i}.$$
(33)

A γ szöghibával rendelkező fogasgyűrűs tengelykapcsoló fogfelületi csomópontjainak koordinátái az álló $S_{\rm f}$ koordinátarendszerben az alábbiak szerint módosulnak:

$$\begin{array}{l} x_{fi,j} = x_{ai,j}, \\ y_{fi,j} = y_{ai,j} \cos \gamma - z_{aj} \sin \gamma, \\ z_{fi,j} = y_{ai,j} \sin \gamma + z_{aj} \cos \gamma. \end{array}$$

$$(34)$$

A csomópontok elhelyezkedése kifejezhető az r_{y2} sugárral és a β szöggel az álló S_{f} koordinátarendszerben:

$$r_{y_{2i,j}} = \sqrt{x_{f_{i,j}}^2 + y_{f_{i,j}}^2} , \qquad (35)$$

$$\beta_{i,j} = \arcsin \frac{x_{fi,j}}{r_{v_{2i,j}}} \,. \tag{36}$$

A hüvely fogfelületén azok a pontok lehetnek érintkezési pontok, amelyek egy-egy csomóponttal egybeesnek. Ezek a pontok az $r_{y_{2i,j}}$, sugárral, a $\theta_{2i,j}$ fogszöggel és a $\varphi_{2i,j}$ elfordulási szöggel azonosíthatók. $\theta_{2i,j}$ a (11) összefüggésből adódik, az elfordulási szög a következő kifejezéssel határozható meg:

$$\varphi_{2i,j} = \beta_{i,j} - \theta_{2i,j} \,. \tag{37}$$

A számítási algoritmus paramétere a φ_1 szög. A $\varphi_1 = \varphi_0$ kezdeti értékhez φ_2 eltérő értékeit kapjuk az egyes csomópontok esetében. A fogfelületek közötti pillanatnyi érintkezési pont az a csomópont lesz, amelyhez az összes $(n \cdot m)$ számú megoldásból a legnagyobb φ_2 adódik. φ_2 kisebb értékei változó nagyságú foghézagra utalnak.



58

Minden φ_1 értékhez található egy maximális φ_2 . Az összetartozó értékpárok a tengelykapcsoló mozgástörvényét leíró függvény egy pontját szolgáltatják. Miután φ_1 értékét $\Delta \varphi$ -vel megváltoztatjuk, φ_2 -re egy új maximumot tudunk meghatározni. Ha φ_1 -et 0 és 2π között változtatjuk és valamennyi φ_1 -hez meghatározzuk a hozzá tartozó maximális φ_2 -t, az egy fogpárkapcsolódásból származó mozgástörvényhez jutunk (9. ábra). A 10. ábra három egymást követő fogpár kapcsolódását mutatja be.



10. ábra. A mozgástörvény három fogpár kapcsolódása esetén

A fogasgyűrűs tengelykapcsoló mozgástörvényét a görbék egymást követő felső süvegei szolgáltatják (11. ábra), mivel a metszéspontokban a következő fogpár átveszi a hajtást az előzőtől.



11. ábra. A tengelykapcsoló mozgástörvénye

A bemutatott számítási módszer bizonyos közelítést tartalmaz, ugyanis nem veszi figyelembe, hogy az érintkezési pontokban a normálisoknak is meg kell egyezniük. A valós megoldás a közelítő megoldásként megkapott csomópont környezetében van. A közelítés pontossága növelhető az agy fogfelületén a hálózás sűrítésével, azaz a csomópontok számának növelésével.

5. Összefoglalás

A dolgozatban - a gyártási eljárásokat figyelembe véve - meghatároztuk a fogasgyűrűs tengelykapcsoló fogazott elemeinek fogfelületét leíró matematikai modelleket. A tengelykapcsoló működésének elemzése érdekében megvizsgáltuk a szöghiba hatását a fogérintkezésre. Bemutattuk a fogaskerekek kapcsolódás-elméletére építve a fogfelületek érintkezési pontjainak meghatározási módját. Tekintettel a megoldás bonyolult és körülményes voltára, egy közelítő, egyszerűsített számítási módszert dolgoztunk ki az érintkezési pontok helyének meghatározására. A közölt eljárás lényegesen leegyszerűsíti az érintkezési pontok megkeresését, a tengelykapcsoló mozgástörvényének előállítását. A közelítő módszer pontossága sűrűbb hálózással, a csomópontok számának növelésével szinte tetszés szerint javítható.

6. Köszönetnyilvánítás

A kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

7. Irodalom

- [1] Litvin, F. L.: *Theory of gearing*, NASA Reference Publication 1212, AVSCOM technical report 88-C-035, 1989. pp. 1-490.
- [2] Mitome, K.: *Table sliding taper hobbing of conical gear using cylindrical hob*, Transactions of the ASME, 103, 1981. pp. 446-451.
- [3] Moked, I.: *Toothed couplings analysis and optimization*, Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry, 1968. pp. 425-434.
- [4] Renzo, P. C., Kaufman, S., De Rocker, D. E.: *Gear couplings*, Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry, 1968. pp. 467-474.
- [5] Yi Chuan-yun: Analysis of the meshing of crown gear coupling, Journal of Shanghai University, 2005. pp. 527-533.
- [6] Alfares, M. A., Falah, A. H., Elkholy, A. H.: Clearance distribution of misaligned gear coupling teeth considering crowning and geometry variations, Mechanism and Machine Theory, (41), 2006. pp. 1258-1272.