

VILLANYCSENGŐ ELEKTROMECHANIKAI MODELLJE

Szabó Tamás

egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Szerszámgépészeti és Mechatronikai Intézet,
Robert Bosch Mechatronikai Intézeti Tanszék
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: szabo.tamas@uni-miskolc.hu

Rónai László

tanársegéd, Miskolci Egyetem, Szerszámgépészeti és Mechatronikai Intézet,
Robert Bosch Mechatronikai Intézeti Tanszék
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, e-mail: ronai.laszlo@uni-miskolc.hu

Absztrakt

A cikk egy villanycsengő elektromechanikai modellezésével foglalkozik. A rendszer aktuátora egy elektromágnes, amely egy rugalmas kalapács szerkezetet gerjeszt. A szerkezet működését az áramerősség és elmozdulás változókkal három egyenletrendszer írja le. Az első elektromechanikai jellegű, a második egy, a kalapács szabad mozgását írja le, a harmadik a kalapács csengővel való rugalmas ütközését modellezi. Az egyenletek alapján szimulációs program készült Scilab rendszer alatt, amely a kalapács elmozdulását és az áramerősséget ábrákkal szemlélteti.

Kulcsszavak: villanycsengő, elektromechanikai modell, szimuláció

Abstract

This article deals with electromechanical modeling of an electric bell. The actuator of the system is an electromagnet that excites a flexible hammer structure. The operation of the structure with the current and displacement variables is described by three systems of equations. The first one describes an electromechanical one, the second one describes the free movement of the hammer, and the third one is writing the elastic collision of the hammer with a bell. Based on the equations, a simulation program was developed under Scilab system, the displacement of the hammer and the current are illustrated by curves.

Keywords: electric bell, electromechanical model, simulation

1. Bevezetés

A villanycsengő egy elektromechanikai szerkezet, amelyet egy elektromágnes a rendszer aktuátoraként gerjeszt, a mechanikai szerkezet mozgását az [1] irodalom vizsgálta. Az elektromágnes magafelé húzza a rugalmasan rögzített kalapácsot, hogy az a csengő harangjának ütközzön. A kalapács egyben egy kapcsolóként is szolgál, a nyugalmi helyzetéhez képest adott távolságra érve leválasztja a tekercsről a feszültségforrást. Ezután tehetetlenségénél fogva tovább lendül, majd a csengővel való ütközés után pedig visszapattan. Amikor a kalapács visszaér az elektromos érintkezőhöz a mozgás irányával ellentétes elektromágneses erő hatására lelassul és újra a harang felé indul meg. Ez a ciklikus mozgás egy másodperc alatt többször is megismétlődik.

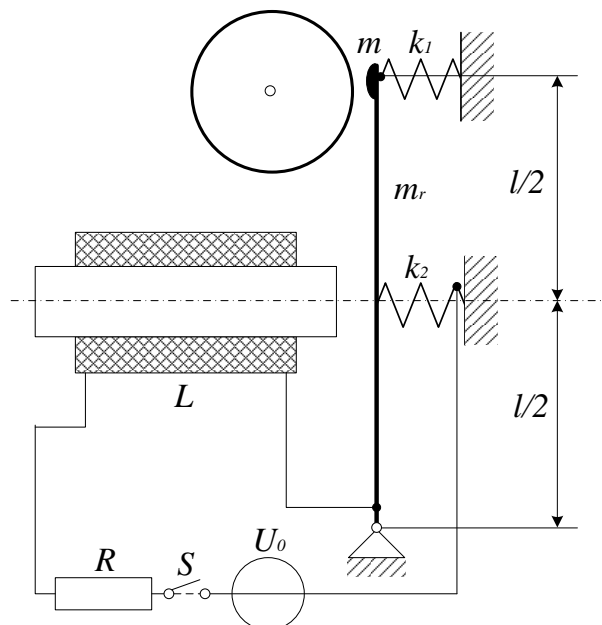
Egy elektromechanikai feladat megfogalmazható általános koordinátákkal, azaz az elmozdulással és az elektromos töltéssel, vagy általános potenciálokkal, azaz az impulzussal és a fluxussal, illetve ezen változók vegyes kombinációival is [2], [3]. Általánosságban elmondható, hogy általános koordinátákkal

természetesebben, könnyebben lehet előállítani a rendszert leíró differenciálegyenletrendszert, mert a mechanikai feladatban a kinematikai perem- és illesztési feltételeket, illetve a villamos feladatban a Kirchhoff- féle csomóponti törvényt kézenfekvőbb teljesíteni, mint a mozgásegyenletet a dinamikai feladatban és a hurok törvényt a villamos feladatban.

Jelen cikk az elektromos csengő elektromechanikai egyenleteit általános koordinátákkal tárgyalja, vagyis a kalapács elmozdulásával, a tekercsen időegység alatt áthaladó töltéssel, azaz az áramerősséggel. A 2. fejezet a csengő elektromechanikai modelljét származtatja a másodfajú Lagrange egyenletből. A 3. fejezet ismerteti a szimulációs eredményeket egy adott elektromos és mechanikai paraméterekkel rendelkező egyenáramú csengőre. A 4. fejezet tartalmazza az összefoglaló megállapításokat.

2. Elektromos csengő matematikai modellje

Az elektromos csengő modelljének vázlatát az 1. ábra szemlélteti. A rendszer áramköri elemei az L induktivitás, az R ohmos ellenállás, az S kapcsoló, illetve az U_0 feszültségforrás. Az áttekinthetőség kedvéért a mechanikai rezgőrendszer elemei közül az ábra csak az m kalapács és m_r rúd tömegét, valamint a k_1 és k_2 rugómerevségeket tünteti fel, de nem tartalmazza az r_1 és r_2 , rugókkal párhuzamosan bekötött csillapításokat. A kalapács és a harang viszkorugalmas ütközését modellező k_c rugómerevséget, azaz büntetőparamétert és r_c csillapítást sem vázoltuk. Megjegyezzük, hogy a rudat valójában nem csuklóval, hanem befalazással szokás rögzíteni, a k_1 rugómerevség szimbolikusán jelöli a rugalmas rúd hajlítási merevségét ($k_1 = 3IE/L^3$) [4] nyugalmi helyzetben, míg k_2 az elektromos érintkező merevségét reprezentálja. Ezzel a feltételezéssel a mechanikai rezgőrendszer egy szabadságfokúnak tekinthető. A k_1 és k_2 rugók nyugalmi helyzetben egymásnak ellenfeszülnek. A rúd mozgása során k_2 rugó nem mindig érintkezik, elváláskor szakítja az áramkört. Az érintkezéskor a k_2 rugón keresztül záródik az áramkör. Ebből adódik, hogy a mechanikai rezgőrendszer nemlineáris jellegű, hiszen szakaszonként különböző merevségű rugók működnek.



1. ábra. A csengő sematikus vázlatja

Az elektromechanikai rendszerek tartalmaznak konzervatív és nem konzervatív elemeket. A konzervatív elemek energiáit az \mathcal{L} Lagrange függvénnyel fejezhetjük ki:

$$\mathcal{L} = T^* + W_m^* - U_p - W_e, \quad (1)$$

ahol rendre T^* , W_m^* , U_p és W_e jelentik a kiegészítő kinetikai energiát, a kiegészítő mágneses energiát, a potenciális energiát és a villamos energiát.

A nem konzervatív tagokhoz virtuális munka rendelhető az alábbiak szerint:

$$\overline{\delta W}_{nc} = U_q \delta q + Q_x \delta x, \quad (2)$$

ahol U_q a nem konzervatív tag feszültsége, Q_x pedig az általánosított erőt jelenti. Mindkét tag előjelét az határozza meg, hogy a rendszer energiáját növeli vagy disszipálja. A δq és a δx rendre jelölik a töltés és az általánosított elmozdulás virtuális megváltozásait.

Az (1) és (2) kifejezések segítségével felírható az elektromechanikai rendszer másodfajú Lagrange egyenletei:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = U_q, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = Q_x. \quad (4)$$

Az 1. ábra átláthatósági megfontolások miatt nem tünteti fel a kalapács érintkezőtől való elválási- és a haranggal való ütközési helyeit. A továbbiakban x_1 a kalapács k_2 rugótól való elválásának előjeles helyét adja meg, míg x_2 a kalapács ütközésének pozícióját definiálja.

A kalapács x_1 , x_2 helyzeteitől függően három fázist különböztethetünk meg. A I. első esetben ($x - x_1 > 0$) amíg a k_2 rugó érintkezésben van, addig az elektromágneset gerjesztjük. A II. második állapotnál a k_2 rugó elválik a kalapácstól ($x - x_1 < 0$ és $x - x_2 > 0$), ekkor az áramkör megszakad, így a kalapács és a k_1 rugó rugalmas rendszert alkotva végzi mozgását. A III. harmadik, rendkívül rövid fázisban a kalapács és a harang rugalmas ütközése játszódik le ($x - x_2 < 0$). Ez a három fázis egymás után alterálva ismétlődik meg.

I. fázis összefüggései:

$$T^* = \frac{1}{2} \left(m + \frac{m_r}{3} \right) \dot{x}^2, \quad U_p = \frac{1}{2} \left(k_1 + \frac{k_2}{4} \right) x^2, \quad W_m^* = \frac{1}{2} L(x) \dot{q}^2, \quad W_e = 0, \quad (5)$$

ahol az elektromágnes induktivitását a hely függvényében közelíthetjük [3] szerint

$$L(x) = \frac{L_0}{1 - (x + x_1)/2h}, \quad (6)$$

az L_0 kezdeti induktivitás és a h paraméter függvényében.

A nem konzervatív tagok virtuális munkája:

$$\overline{\delta W}_{nc} = U_0 \delta q - R \dot{q} \delta q - r_1 \dot{x} \delta x - r_2 \frac{\dot{x} \delta x}{2}. \quad (7)$$

A (3), (4) alapján (5)–(7) figyelembevételével a rendszerre vonatkozóan az alábbi differenciálegyenletek állnak elő

$$L(x)\ddot{q} + R\dot{q} + L'(x)q\dot{x} = U_0, \quad (8)$$

$$\left(m + \frac{m_r}{3}\right)\ddot{x} + \left(r_1 + \frac{r_2}{4}\right)\dot{x} + \left(k_1 + \frac{k_2}{4}\right)x = \frac{1}{2}L'(x)q^2. \quad (9)$$

II. fázis összefüggései:

$$T^* = \frac{1}{2}\left(m + \frac{m_r}{3}\right)\dot{x}^2, \quad U_p = \frac{1}{2}k_1x^2, \quad W_m^* = 0, \quad W_e = 0. \quad (10)$$

A nem konzervatív tagok virtuális munkája:

$$\overline{\delta W}_{nc} = -r_1\dot{x}\delta x. \quad (11)$$

A (3), (4) alapján (10), (11) figyelembevételével a rendszer differenciálegyenlete:

$$\left(m + \frac{m_r}{3}\right)\ddot{x} + r_1\dot{x} + k_1x = 0. \quad (12)$$

III. fázis összefüggései:

$$T^* = \frac{1}{2}\left(m + \frac{m_r}{3}\right)\dot{x}^2, \quad U_p = \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_c(x - x_2)^2, \quad W_m^* = 0, \quad W_e = 0, \quad (13)$$

A nem konzervatív tagok virtuális munkája:

$$\overline{\delta W}_{nc} = -(r_1 + r_c)\dot{x}\delta x. \quad (14)$$

A (3), (4) alapján (13), (14) figyelembevételével a differenciálegyenletek:

$$\left(m + \frac{m_r}{3}\right)\ddot{x} + (r_1 + r_c)\dot{x} + k_1x + k_c(x - x_2) = 0. \quad (15)$$

A folyamat indítása kezdetén feltételezzük, hogy $x(0) = 0$, $q(0) = 0$ és $\dot{q}(0) = 0$. Az egymást váltó három fázis kezdeti értékei megegyeznek az előtte lévő fázis végső elmozdulás és áramerősség mennyiségeivel. Továbbá megjegyezzük, hogy az I. fázis végén az áramkör megszakadásával a q és \dot{q} gyakorlatilag zérus értékűvé válnak.

Megjegyezzük, hogy a mechanikai rezgéstani egyenletek ugyan külön-külön lineárisnak tekinthetők, ebből adódóan egy ciklus végrehajtása nemlineáris jellegű lesz.

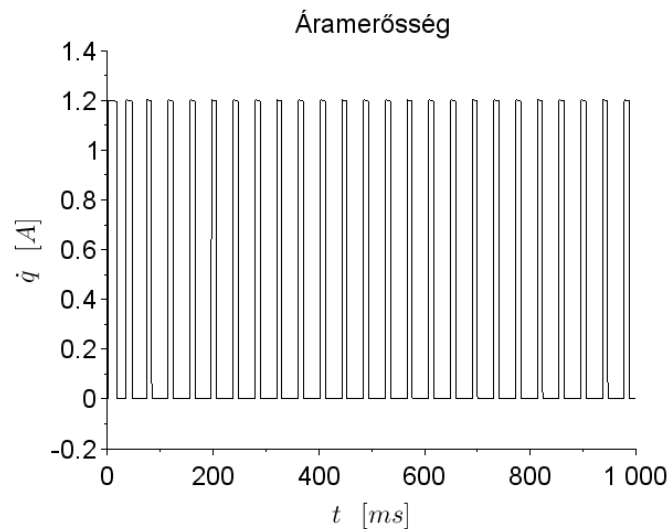
3. Numerikus számítások

A 2. fejezetben előállított egyenletek alapján Scilab szabadon letölthető rendszer alatt egy szimulációs program kifejlesztése történt meg. A vizsgált villanycsengő adatai a következők: $L_0 = 0,5 \text{ mH}$, $h = 0,001$, $x_1 = 1 \text{ mm}$, $x_2 = 1,5 \text{ mm}$, $R = 5 \text{ } \Omega$, $U_0 = 6 \text{ V}$, $m_r = 2 \text{ kg}$, $m = 3,3 \text{ g}$, $k_1 = 25 \text{ N/m}$, $k_2 = 20 \text{ N/m}$, $k_c = 50 \text{ N/mm}$, $r_1 = 0,01 \text{ Ns/m}$, $r_2 = 0,008 \text{ Ns/m}$, $r_c = 0,02 \text{ Ns/mm}$.

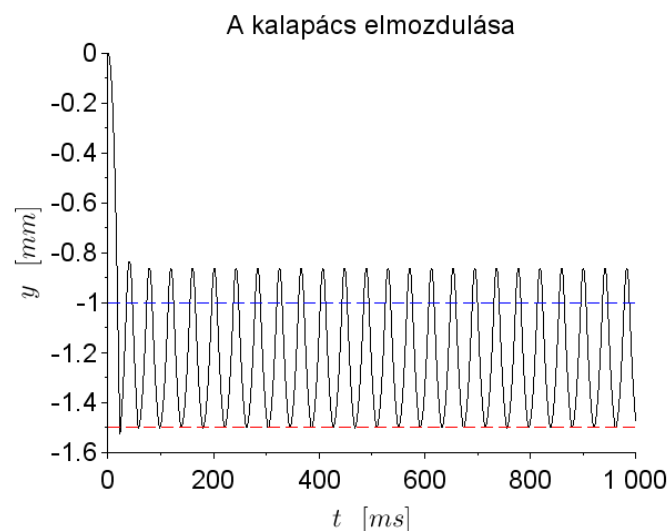
Az áramerősségre és a kalapács elmozdulására kapott eredményeket rendre a 2. és a 3. ábrák szemléltetik.

A 2. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a villanycsengő kalapácsa 1 s alatt 25-ször üti meg a harangot. Az áramerősség csúcserőssége az R ellenállás és az U_0 kapcsolófeszültség értékeinek megfelelően 1,2 A-re adódott.

A 3. ábra a kalapács elmozdulását mutatja, ahol kék szaggatott vonal jelzi az x_1 , azaz az érintkező elválásának a helyét, míg piros szaggatott vonal mutatja az x_2 vagyis a kalapács és a harang felütközésének pozícióját. Jól megfigyelhető, hogy a kalapács visszapattanása után az elektromágneses erő a kalapácsot lelassítja, majd újból a csengő felé gyorsítja. Továbbá látható, hogy a kalapács felütközése a harangon pillanatszerű rövidséggel történik meg, illetve a kék szaggatott vonal és az elmozdulás függvény metszetének hossza megegyezik a 2. ábrán látható áramerősség impulzusok hosszával. Az elmozdulás függvény állandósult állapotban ugyan periodikusnak tekinthető, de nem harmonikus függvény, amely a feladat nemlineáris jellegéből adódik.



2. ábra. Az áramerősség változása az idő függvényében



3. ábra. A kalapács elmozdulása az idő függvényében

4. Összefoglalás

A cikk egy elektromos csengő matematikai modellezésével és szimulációjával foglalkozott. A mechanikai rezgőrendszer nemlineáris jellege a szakaszonként különböző merevségű rugókból és csillapításokból adódik. A Lagrange egyenlet felhasználásával általánosított koordinátákkal, azaz elektromos töltéssel és elmozdulással levezetésre került az elektromechanikai rendszer differenciálegyenletrendszere három különböző fázisra osztva. A mechanikai rendszer modellje egy szabadsági fokkal rendelkezik. A szimulációs eredmények megerősítették a gerjesztett rezgést végző rendszer nemlineáris jellegét, mert az elmozdulás függvény láthatóan nem harmonikus. A modell alkalmas a csengő frekvenciájának tervezésére.

5. Köszönetnyilvánítás

A cikkben ismertetett kutató munka az EFOP-3.6.1-16-2016-00011 jelű „Fiatalodó és Megújuló Egyetem – Innovatív Tudásváros – a Miskolci Egyetem intelligens szakosodást szolgáló intézményi fejlesztése” projekt részeként – a Széchenyi 2020 keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Irodalom

- [1] Akashi, H., Levy, S.: *The motion of an electric bell*, The American Mathematical Monthly, Vol. 65, No. 4, 1958, pp. 255-259 <https://doi.org/10.1080/00029890.1958.11989179>
- [2] Szabó, T., Rónai, L.: *Generalized displacements and momenta formulations of an electromechanical plunger*, Journal of Computational and Applied Mechanics, 2020, pp 1-12 (megjelenés alatt)
- [3] Preumont, A.: *Mechatronics - dynamics of electromechanical and piezoelectric systems*-. Springer., 2006, ISBN-13 978-1-4020-4695-7 (HB)
- [4] Égert, J., Jezsó, K.: *Mechanika, rezgésstan*, Széchenyi István Egyetem, HEFOP 3.3.1-P.2004-09-0102/1.0, 2006