

## Katonai robotok számítógéppel támogatott tervezése: Quadro Lab szakmai műhely létesítése az új, nemzeti közszolgálati egyetemen

**Szabolcsi Róbert**

egyetemi tanár

Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, Katonai Robotika Tanszék

1581 Budapest, Pf. 15. [szabolcsi.robort@zmne.hu](mailto:szabolcsi.robort@zmne.hu)

### **Összefoglalás**

*A robotok széles körben alkalmazott eszközök. Úgy polgári, mint katonai alkalmazások területén számos lehetséges alkalmazási terület nyílik. A robotok – képességeik révén – lehetővé teszik olyan műveletek végrehajtását is, ami sok esetben nem lehetséges, vagy nem célszerű emberi beavatkozás révén. A cikkben a szerző a pilóta nélküli repülőgépek (Unmanned Aerial Vehicle) repülésének automatizálásával az UAVk közül kiemelten a multi-rotoros légijárművek repülésszabályozásával foglalkozik.*

**Kulcsszavak:** katonai robotok, felderítő felszíni robotok, légi robotrendszerek, számítógépes tervezés.

### **Abstract**

*Robots are widely applied tools both in military and non-military missions. Leaning on theirs possibilities they allow executing missions impossible for human beings, i.e. in dangerous missions. The paper deals with the automation of the flight phases of the unmanned aerial vehicles (UAV), what is a requirement from UAV users. From large scale of available UAVs author will deal with multirotors. The spatial motion of the quadrotors will be investigated, and first solutions will be examined in vertical motion of the quadrotors.*

**Keywords:** military robots, recce surface robots, air robot systems, CAD.

## **1. Bevezetés**

A robotika, és a mechatronika legújabb tudományos eredményei alapján tervezett robotok katonai alkalmazása egyre szélesebb körű. A robotika területeiről a légi-, és a felszíni kutatórobotok alkalmazása már széleskörű, mindazonáltal a jelenlegi alkalmazási területeken kívül számos új alkalmazási terület is nyílik, amelyek, a teljesség igénye nélkül, az alábbiak: klímaváltozás kutatási, monitoring feladatok ellátása légi felderítés segítségével; belvízvédelem, árvízvédelem területén légi felderítés; adatgyűjtés kárfelméréshez; természeti katasztrófák következményeinek felmérése; ipari katasztrófák következményeinek felderítése: vegyi-, biológiai-, és radiológia légi felderítés; városi légi felderítő alkalmazások; felszíni felderítő feladatok ellátása; veszélyes területek megközelítése, és adatgyűjtés; biztonsági kérdések megoldása; kritikus infrastruktúra védelme.

## 2. Multirotoros légitűrművek alkalmazása „tisza”, és „EC\_D3”<sup>1</sup> repülési feladatokra

### 2.1. Quadrotorok alkalmazása „tisza” feladatokra

A multirotoros repülőeszközök jól használhatók a kis repülési sebességű, kis magasságú felderítő repülések esetén, mint például ipari létesítmények (pl. gyárak, üzemek, közlekedési infrastruktúra stb.), veszélyes üzemek monitoring vizsgálata; mezőgazdasági termőterületek, növényi kultúrák, erdők szennyezettségének, és biológiai állapotának vizsgálata; hálózatok állapotának vizsgálata; vízügyi helyzet monitoring vizsgálata; árterek, gátak megfigyelése; városi alkalmazások (stadionok megfigyelése, közlekedési forgalmi szituációk megfigyelés); határőrizeti tevékenység támogatása [6, 7, 8, 9].

### 2.2. Quadrotorok alkalmazása „EC\_D3” feladatokra

Az UAV alkalmazások során, sokszor ún. „D3”, azaz (**D**irty-**D**ull-**D**angerous) repüléseket kell végrehajtani. Mikor mondhatjuk egy repülési feladatra, hogy az „D3” tulajdonságokkal bír? A *Dirty* repülési feladat fogalmát még nem írták le szakirodalmak, ezért az alábbiakban egy sajátos, általam javasolt definíciót adok közre.

Egy repülési feladat *Dirty*, ha fizikailag szennyezett területek felett hajtjuk végre (pl. ipari katasztrófák, atomerőművek, természeti katasztrófák, közlekedési balesetek, árvizek, belvizes területek); bizonyos érdekeket sértő, de ugyanakkor legális repülések során (pl. éjszakai felderítési feladat, városi alkalmazások; középületek (bevásárló központok, stadionok, pályaudvarok) monitoringja; közterületek monitoringja) adatgyűjtést végzünk; katonai alkalmazások felderítési céllal (célazonosítás, célkövetés, tűzvezetés stb.); UAVk harcászati alkalmazása (fedélzeti fegyverek alkalmazása).

Egy repülési feladat *Dull*, ha a repülési idő hosszú; a kezelőszemélyzet számára unalmas, egyhangú, és gyakorlatilag rutinszerű, eseménytelen repüléseket kell végrehajtani.

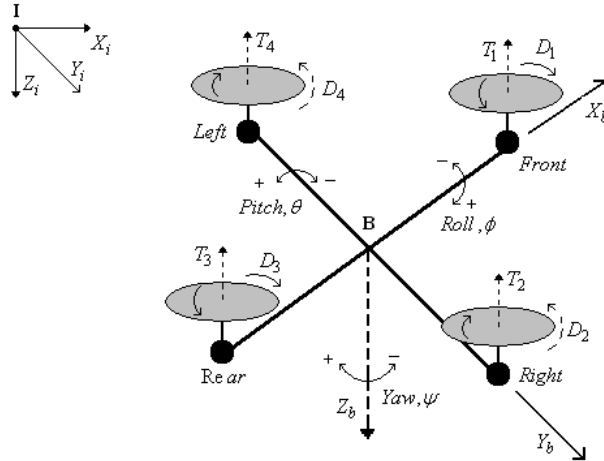
Egy repülési feladat *Dangerous*, ha a repüléseket *Dirty* körülmények között kell végrehajtani, ezért az UAV leszállása, esetleg kényszerleszállása olyan területeken történik, hogy elveszíthetjük a repülőeszközt, vagy olyan károsodásokat szenvedhet, amelyek rövidebb, vagy hosszabb időre, repülésre alkalmatlanná teszik az UAVt; repülések olyan domborzati viszonyok között, ahol a nem tervezett leszállások során károsodást szenvedhet az UAV, esetleg teljesen össze is törhet, vagy az is előfordulhat, hogy nem találjuk meg a leszállás helyén; erdőtüzek, láptüzek, bozóttüzek monitoringja; katonai alkalmazások felderítési céllal (célazonosítás, célkövetés, tűzvezetés stb.), amikor számolni kell a repülőgép elvesztésével, vagy sérülésével; UAVk harcászati alkalmazása (fedélzeti fegyverek alkalmazása).

---

<sup>1</sup> EC\_D3: Extra Cheap\_D3

### 3. A quadrotorok térbeli mozgásának dinamikus modellje

A négyrotoros UAV dinamikus viselkedését vizsgáljuk az 1. ábrán. A 'függés' repülési helyzetben mind a négy motor fordulatszáma azonos. Értelemszerű, hogy a függőleges tengely mentén a manőverezést a négy motor fordulatszámának azonos mértékű, és azonos irányú megváltoztatásával tudjuk elérni.



1. ábra. A négyrotoros UAV dinamikus viselkedése.

Az 1. ábrán **I** jelöli az inercia(vonatkoztatási) rendszert, míg **B** jelöli a légi járműhöz rögzített „test” koordináta-rendszert. A légi jármű „test” koordináta-rendszerben mért Euler-szögeinek változási sebessége az alábbi módon írható fel:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T = \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \omega_{x_i} & \omega_{y_i} & \omega_{z_i} \end{bmatrix}^T = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} \begin{bmatrix} \omega_{x_b} & \omega_{y_b} & \omega_{z_b} \end{bmatrix}^T, \quad (3.1)$$

ahol:  $\phi$  bedöntési szög;  $\theta$  bólintási szög;  $\psi$  irányyszög;  $\omega_{x_i}$  szögsebességek az inercia-rendszerben;  $\omega_{x_b}$  szögsebességek a „test” koordináta rendszerben; valamint:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{c\psi}{s\theta} & \frac{s\psi}{c\theta} & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi - s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} - \text{forga-}$$

tómátrixok, ahol:  $c = \cos$ ,  $s = \sin$ .

Tekintettel arra, hogy számunkra a későbbi feladatok megoldása miatt csak a „test” koordináta-rendszer **B** pontjának a sebessége a szabályozandó paraméter, ezért a „test” koordináta-rendszerben mért sebességeket az alábbi egyenlettel határozhatjuk meg:

$$\begin{bmatrix} x_b & y_b & z_b \end{bmatrix}^T = \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i \end{bmatrix}^T, \quad (3.2)$$

ahol  $x_b, y_b, z_b$  koordináták a test-koordináta rendszerben, és  $x_i, y_i, z_i$  koordináták az inercia(referencia) koordináta rendszerben.

### 3.1 A quadrotor egyenesvonalú mozgásegyenletei

A mozgásegyenletek levezetése során feltételezzük, hogy a quadrotor szerkezete merev, és szimmetrikus; a quadrotor tömegközéppontja a  $\mathbf{B}$  pontban helyezkedik el (l. 1. ábra); a légszár-lapátok merev szerkezetek, és a quadrotor nem végez bólintó mozgást. Az  $i$ -edik légszár-lapátok által létesített felhajtóerő arányos az adott légszár forgási sebességének négyzetével, vagyis [9]:

$$T_i = C_1 \left( \frac{1 - 2\pi LCS}{P\alpha_i} + 2\pi \frac{z_b - w_{z_b}}{P\alpha_i} \right), \quad (3.3)$$

ahol:  $C_1 = k_t \rho A_p \alpha_i^2 R_p^2$ ;  $k_t$  aerodinamikai felhajtóerő tényező;  $\rho$  a levegő sűrűsége;  $A_p$  a légszár felülete;  $\alpha_i$  az  $i$ -edik légszár szögsebessége;  $R_p$  a légszár sugara;  $L$  a légszár középpontjának távolsága az origótól;  $P$  a légszár-lapátok beállítási szöge, és végül,  $w_{z_b}$  a légköri turbulencia vektorának  $z$ -tengelyre eső vetülete.  $C=1$ , ha  $i=1$ , vagy  $i=4$ .  $C=-1$ , ha  $i=2$ , vagy  $i=3$ .  $S = \omega_{y_b}$ , ha  $i=1$ , vagy  $i=3$ .  $S = \omega_{x_b}$ , ha  $i=2$ , vagy  $i=4$ . A légi jármű hossz tengelye mentén ható erők eredője az alábbi egyenlettel írható le [9]:

$$F_{wI} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} k_s (w_{x_b} - \dot{x}_b) & k_s (w_{y_b} - \dot{y}_b) & k_u (w_{z_b} - \dot{z}_b) \end{bmatrix}^T, \quad (3.4)$$

ahol:  $k_s, k_u$  az egyenesvonalú mozgás együtthatói;  $w_{x_b}$  és  $w_{y_b}$  a légköri turbulencia vektorának  $x$ - és  $y$ -tengelyekre eső vetületei, értelemszerűen.

A quadrotor térbeli lineáris mozgásának állapot-egyenlete a következő mátrixos alakban is megadható [9]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \omega_{x_b} \\ \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{F_{wI}}{m} - \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{m} \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

ahol:  $g$  a nehézségi gyorsulás,  $m$  a légi jármű tömege.

### 3.2 A quadrotor forgómozgásának egyenletei

Ismeretes, hogy a légszár-lapátok légellenállásból származó nyomatéka arányos a légszár-lapát forgási sebességének a négyzetével, vagyis [9]:

$$D_i = C_2 \left( \frac{1 - 2\pi LCS}{P\alpha_i} + 2\pi \frac{z_b - w_{z_b}}{P\alpha_i} \right), \quad (3.6)$$

ahol:  $C_2 = k_d \rho A_p \alpha_i^2 R_p^3$ ;  $k_d$  a nyomatéki együttható.

A légsavarlapátok eredő reakciónyomatéka az alábbi egyenlettel írható le:

$$I_{cl} = J_p (-\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_3 + \dot{\alpha}_4), \quad (3.7)$$

ahol:  $J_p$  egy légsavarlapát tehetetlenségi nyomatéka.

A súrlódási terhelő nyomatékot az alábbi egyenlet alapján is számíthatjuk:

$$\mathbf{M}_f = k_r [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T, \quad (3.8)$$

ahol:  $k_r$  a súrlódási együttható.

A légi jármű motorjának forgórészére redukált nem irányítható zavarások (pl. légköri turbulencia) a következő összefüggéssel írható le:

$$\boldsymbol{\tau}_d = [\tau_{x_b} \quad \tau_{y_b} \quad \tau_{z_b}]^T, \quad (3.9)$$

A légi jármű giroszkópikus nyomatéka a következő egyenlettel írható le:

$$\mathbf{M}_g = J_p [\dot{\theta}\alpha \quad \dot{\phi}\alpha \quad 0]^T, \quad (3.10)$$

ahol:  $\alpha = -\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 + \alpha_4$ .

Mindezek alapján, a quadrotor térbeli forgómozgásának állapot-egyenlete a következő mátrixos alakban is megadható [9]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{x_b} \\ \dot{\omega}_{y_b} \\ \dot{\omega}_{z_b} \end{bmatrix} = -J^{-1} \boldsymbol{\omega} \times J \begin{bmatrix} \omega_{x_b} \\ \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} \end{bmatrix} - J^{-1} (\mathbf{M}_f + \boldsymbol{\tau}_d + \mathbf{M}_g) + J^{-1} \begin{bmatrix} L(T_4 - T_2) \\ L(T_1 - T_3) \\ D_1 - D_2 + D_3 - D_4 + I_{cl} \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

ahol:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z_b} & \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} & 0 & -\omega_{x_b} \\ -\omega_{y_b} & \omega_{x_b} & 0 \end{bmatrix}$ ,  $J = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix}$  a főtehetetlenségi mátrix;  $J_{xx}$ ,  $J_{yy}$ ,

$J_{zz}$  a hossz-, a kereszt-, és a függőleges tengelyre vett főtehetetlenségi nyomatékok, értelemszerűen.

### 3.3 A quadrotor egyenáramú motorjának dinamikája

Ismeretes, hogy az egyenáramú motor – kis motor induktivitás esetén – dinamikus egyenlete a következő alakban írható fel:

$$J_p \dot{\alpha}_i = G \tau_{m_i} - D_i, \quad (3.12)$$

ahol:  $\tau_{m_i} = k_i (V_i - \frac{k_v \alpha_i}{G}) R^{-1}$  a motor dinamikus gyorsító nyomatéka;  $k_i$  a motor állandója;  $k_v$  a motor forgási sebesség állandója;  $V_i$  a motor vezérlő feszültsége;  $R$  a motorellenállás;  $G$  a motor-légsavar rendszer áttételi száma.

Vizsgáljuk kismagasságú függés repülési helyzetben a quadrotor dinamikáját, ha a függőleges tengely mentén kell emelkedő mozgást végrehajtania. A kiindulási feltételek – zavarásmentes esetre – most az alábbiak lesznek:

$$\theta = 0^\circ; \phi = 0^\circ; \psi = 0^\circ; v_{x_{b_0}} = 0m/s; v_{y_{b_0}} = 0m/s; v_{z_{b_0}} = 0m/s, \quad (3.13)$$

A (3.1)–(3.5) egyenleteket felhasználva, a (3.13) kezdeti feltételek figyelembe vételével a quadrotor függőleges tengely mentén végrehajtott mozgásának dinamikus egyenlete az alábbi alakban írható fel:

$$\ddot{z}_b = \frac{F_{ml}}{m} - \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{m} + g, \quad (3.14)$$

Az egyes rotorlapátok felhajtóereje az alábbi egyenlettel adható meg:

$$T = C_1 \left( \frac{1}{P\alpha_i} + 2\pi \frac{\dot{z}_b}{P\alpha_i} \right), \text{ ahol } C_1 = k_t \rho A_p \alpha_i^2 R_p^2 = 4,15872 \cdot 10^{-6} \alpha_i^2 \quad (3.15)$$

Helyettesítsük be a (3.15) egyenletet a (3.14) egyenletbe:

$$\ddot{z}_b + \dot{z}_b \left( \frac{1}{m} + \frac{4}{m} C_1 2\pi \frac{1}{P\alpha_i} \right) = g - \frac{4}{m} C_1 \frac{1}{P\alpha_i}. \quad (3.16)$$

Egy hipotetikus quadrotor paramétereinek felhasználásával a (3.16) egyenlet a következő alakban írható fel [9]:

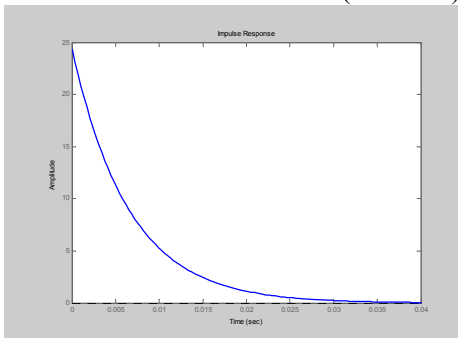
$$\ddot{z}_b + \dot{z}_b (0,222568 + 153,0451369 \cdot 10^{-6} \alpha_i) = 9,81 - 24,35789 \cdot 10^{-6} \alpha_i. \quad (3.17)$$

Legyen  $\alpha_{i_0} = 1000 \text{ ford} / p$ . Így a függőleges sebesség változását a következő egyenlet adja meg:  $\dot{v}_b + v_b 153,2677049 = 9,81 - 24,35789 \Delta \alpha_i$ . (3.18)

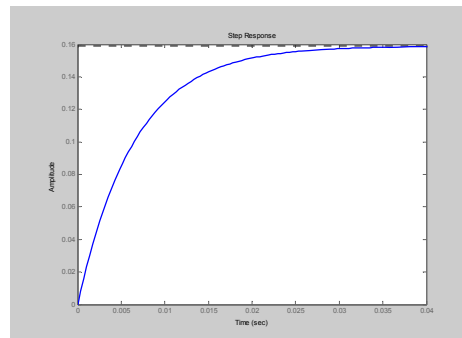
A (3.18) egyenlet alapján a quadrotor átviteli függvénye a következő lesz:

$$Y(s) = \frac{v_b(s)}{\Delta \alpha_i(s)} = - \frac{24,35789}{153,2677049 + s}. \quad (3.19)$$

A továbbiakban vizsgáljuk meg a quadrotor viselkedését idő-, és frekvenciatartományban. A számítógépes szimuláció eredménye a 2. ábrán látható. A 2. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a quadrotor gyorsan reagál a bemenetekre, képes nagy sebességgel reagálni a gerjesztő jelre, és állandó sebességgel emelkedni (2.b. ábra). A súlyfüggvény állandósult állapotban zérushoz tart, így az irányított quadrotor stabilis viselkedésű (2.a. ábra).



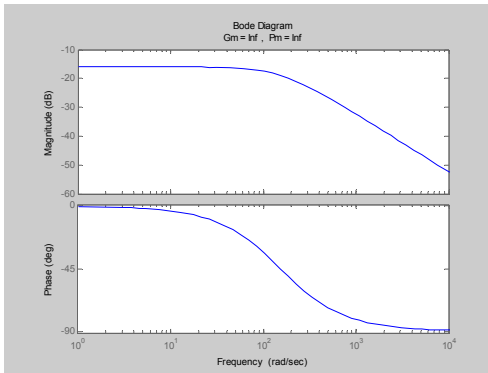
a) Súlyfüggvény



b) Átmeneti függvény

2. ábra. Tranziens analízis eredménye.

A 3. ábrán a quadrotor Bode-diagramja látható.



3. ábra. Bode-diagram.

A 3. ábrán jól látható, hogy a quadrotor alul-áteresztő jelleggel viselkedik. Nagyfrekvenciás tartományban „levágja” a bemeneti jeleket, más szóval, jól szűri a nagyfrekvenciás zajokat. Úgy az erősítési- mint a fázistartalék végtelen értékű. A (3.20) átviteli függvény arányos, egytárolós tagot ad meg, így az erősítés körfrekvencia jelleggörbe

vízszintes meredeksége -20 dB/dekád meredekségre vált az  $\approx 1/153,26$  1/s törésponti frekvencián.

#### 4. LQ-alapú szabályozótervezés quadrotor függőleges térbeli mozgásának automatizálása

Lineáris, autonóm szabályozási rendszer állapot-, és a kimeneti egyenletet az alábbi alakban szokás megadni [3]:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}; \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}, \quad (4.1)$$

ahol:  $\mathbf{x}$  állapotvektor,  $\mathbf{u}$  bemeneti vektor,  $\mathbf{y}$  kimeneti vektor,  $\mathbf{A}$  állapotmátrix,  $\mathbf{B}$  bemeneti mátrix,  $\mathbf{C}$  kimeneti mátrix és  $\mathbf{D}$  segédmátrix.

Többváltozós állandó paraméterű irányított rendszer esetében a minimálandó funkcionált az alábbi egyenlettel szokás megadni [3]:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \rightarrow \text{Min}, \quad (4.2)$$

ahol:  $\mathbf{Q}$  pozitív definit (vagy pozitív szemidefinit) diagonális súlyozó mátrix,  $\mathbf{R}$  pozitív definit diagonális súlyozó mátrix.

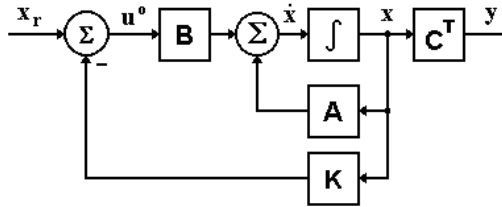
Az integrálandó  $\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}$  kvadratikus alak a minőségi jellemzőkről hordoz információt, míg az  $\mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}$  kvadratikus függvény a költségeket jellemzi [3]. Ezek a tagok skalár mennyiségek, mivel az  $x_i^2(t)$  és az  $u_j^2(t)$  négyzetes időfüggvények.

Az optimális vezérlési törvény:

$$\mathbf{u}^0(t) = -\mathbf{K} \mathbf{x}(t) \quad (4.3)$$

alakú, amely biztosítja a (4.2) négyzetes integrálkritérium minimális értékét. Az optimálási feladat megoldottnak tekinthető bármely  $\mathbf{x}(0)$  kezdeti értékre, ha is-

mertek a  $\mathbf{K}$  mátrix elemei. Az optimális szabályozási rendszer hatásvázlata a 4. ábrán látható. A referencia jel legyen zérusértékű, vagyis,  $x_r(t) = 0$ .



4. ábra. A teljes állapot-visszacsatolású rendszer hatásvázlata.

Helyettesítsük a (4.3) egyenletet a (4.1) állapotegyenletbe. Kapjuk, hogy:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{x} = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) \mathbf{x}. \quad (4.4)$$

A továbbiakban feltételezzük, hogy az  $(\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K})$  mátrix sajátértékei negatív valós részűek. Helyettesítsük az (4.4) egyenletet a (4.2) egyenletbe. A következő egyenletet kapjuk:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K} \mathbf{x}) dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} dt \rightarrow \text{Min}. \quad (4.5)$$

Az LQ-alapú optimális szabályozótervezés során keressük azt az optimális

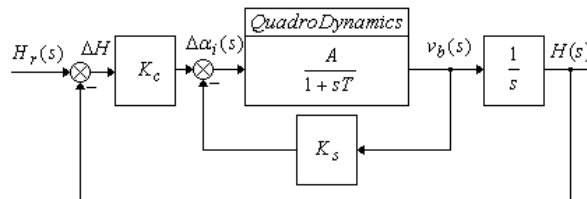
$$\mathbf{u}^o(t) = -\mathbf{K}^o \mathbf{x}(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}(t) \quad (4.6)$$

vezérlési törvényt, amely egyik egyensúlyi állapotából úgy viszi át másik állapotába a dinamikus rendszert, hogy a (4.2) integráلكritérium minimális értéket vesz fel [3]. A (4.6) egyenletben  $\mathbf{P}$  valós elemű, pozitív definit Hermite - féle hermetikus (Ljapunov) költségmátrix.

A  $\mathbf{P}$  mátrixot az ún. elfajult, Ricatti-féle mátrixegyenletből határozzuk meg:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0. \quad (4.7)$$

A quadrotor magasságstabilizáló rendszere az 5. ábrán látható.



5. ábra. A magasságstabilizáló rendszer hatásvázlata.

Az 5. ábra alapján írjuk fel a szabályozási rendszer állapot-egyenletét.

$$v_b(s) = \frac{A}{1+sT} \Delta \alpha_i(s) \rightarrow \dot{v}_b(t) = -\frac{v_b(t)}{T} + \frac{A}{T} \Delta \alpha_i(t) \quad (4.8)$$

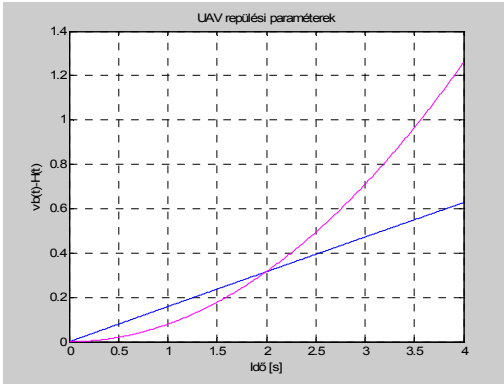


$$H(s) = \frac{1}{s} v_b(s) \rightarrow \dot{H}(t) = v_b(t) \quad (4.9)$$

A (4.8), és a (4.9) egyenletek alapján a rendszer állapotegyenlete a következő mátrixos alakban írható fel:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{v}_b(t) \\ \dot{H}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_b(t) \\ H(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A/T \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\alpha_i(t) \quad (4.10)$$

A nemirányított quadrotor átmeneti függvényei a 6. ábrán láthatók.



6. ábra. A nemirányított UAV átmeneti függvényei.

Függőleges repülési sebesség Repülési magasság

A 6. ábrán jól látható, hogy a „függőleges repülési sebesség-fordulatszámváltozás” dinamikus rendszer arányos-tárolós átviteli függvényű, de az exponenciális tranzienst folyamatosan meglehetősen lassú lefolyású. A repülési magasság változása lényegesen gyorsabb, tekintettel a függőleges sebesség és a repülési magasság közötti integráló matematikai kapcsolatra.

A zárt szabályozási rendszer vezérlési törvénye –  $H_r(t) = 0$  esetén – az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{u}(t) = \Delta\alpha_i(t) = -H(t)K_c - v_b(t)K_s = -\mathbf{K}\mathbf{x}, \quad (4.11)$$

ahol:  $\mathbf{x} = [v_b \ H]^T$  - állapot-vektor;  $\mathbf{K} = [K_c \ K_s]$  - teljes állapot-visszacsatolási mátrix. Tervezzük meg az optimális állapot-visszacsatolási mátrixot az alábbi, ún. egységnyi, azonos súlyozás elvén meghatározott súlyozó mátrixok esetén, vagyis:

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; r_1 = 1. \quad (4.12)$$

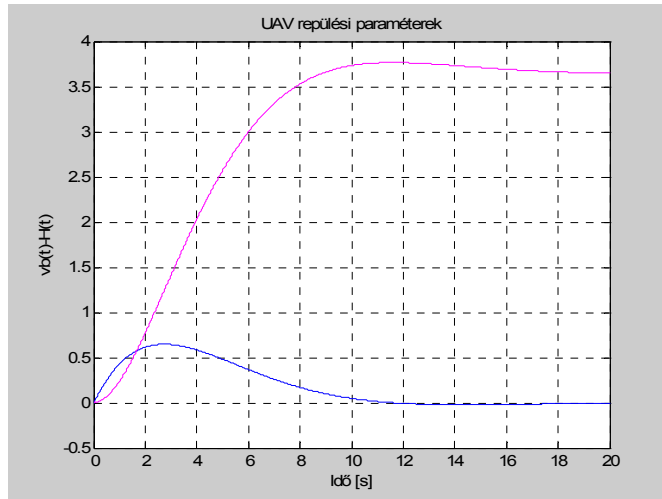
A teljes állapot-visszacsatolási mátrix most a következő lesz [1, 2]:

$$\mathbf{K}_1 = [K_c \ K_s] = [3,6449 \ 1], \quad (4.13)$$

A zárt szabályozási rendszer átmeneti függvénye a  $H_r(t) = 1(t)$  bemeneti jelre a (4.12) súlyozás esetén a 7. ábrán látható.

A 7. ábrán jól látható, hogy az egységnyi bemeneti jelre adott válasz stacioner értéke  $H(\infty) \approx 3,7m$ , tehát az ideális alapjel követés nem valósul meg. A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői nem felelnek meg az előírt értékeknek [4]. A hivatkozott katonai szabvány az ember vezette légi járművekre vonatkozik,

így annak alkalmazása az UAV-kra túlságosan szigorú minőségi követelménynek tűnik.



7. ábra. UAV zárt szabályozási rendszer átmeneti függvényei  
 Függőleges repülési sebesség      Repülési magasság

A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit az 1. táblázat foglalja össze.

1. táblázat. Minőségi jellemzők.

Sajátértékek	Csillapítási tényező, $\xi$	Körfrekvencia, [rad/s]
$-0,293 \pm 0,27i$	0,735	0,399

Hangoljuk a (4.12) súlyozó mátrixokat heurisztikusan. A zárt szabályozási rendszer előírt minőségi jellemzőit teljesítő súlyozó mátrix-kombináció a következő lesz:

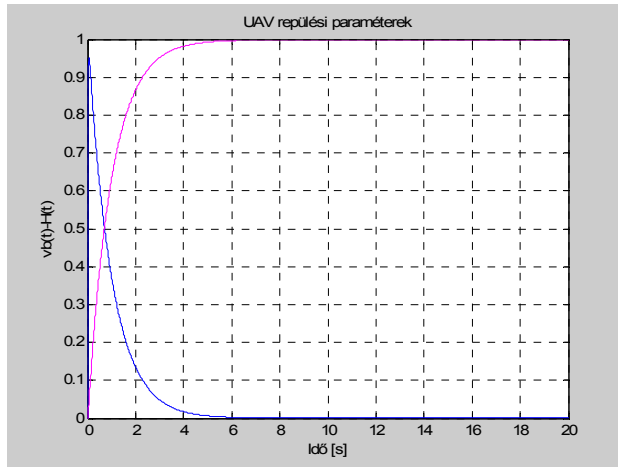
$$\mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 0,97 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; r_2 = 0,000005. \quad (4.14)$$

A (4.14) súlyozó mátrixok alapján határozzuk meg a teljes állapot-visszacatolási mátrixot [1, 2, 4]:

$$\mathbf{K}_2 = [K_c \quad K_s] = [446,7565 \quad 447,2136], \quad (4.15)$$

A zárt szabályozási rendszer átmeneti függvénye a  $H_r(t) = 1(t)$  bemeneti jelre a (4.14) súlyozó mátrixok esetére a 8. ábrán látható.

A 8. ábrán jól látható, hogy az egységnyi bemeneti jelre adott válasz stacioner értéke  $H(\infty) = 1m$ , tehát megvalósul az ideális alapjel követés. A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői megfelelnek meg az előírt értékeknek [4].



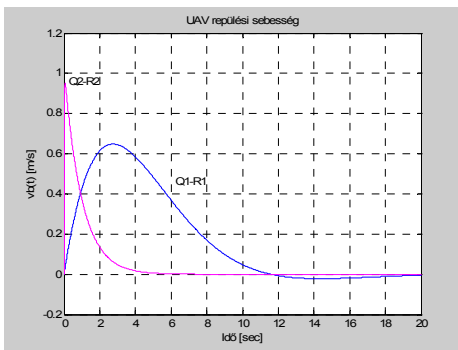
8. ábra. UAV zárt szabályozási rendszer átmeneti függvényei  
 Függőleges repülési sebesség Repülési magasság

A módosított zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit a 2. táblázat foglalja össze.

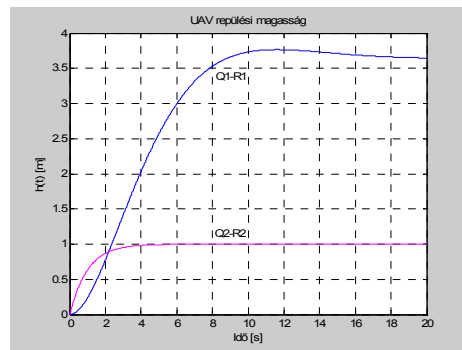
2. táblázat. Minőségi jellemzők.

Sajátértékek	Csillapítási tényező, $\xi$	Körfrekvencia, [rad/s]
-70	1	70
-1,02	1	1,02

Hasonlítsuk össze a két súlyozás alapján tervezett rendszer zárt szabályozási rendszer viselkedését. A 9. ábrán jól látható, hogy az alapjel követés a  $H_r(t) = 1(t)$  bemeneti jelre megvalósul, és a zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői is megfelelnek az előírt értékeknek [4].



UAV függőleges repülési sebesség  
 Q1-R1 Q2-R2



UAV repülési magasság  
 Q1-R1 Q2-R2

9. ábra. Az UAV zárt magasságstabilizáló rendszerének átmeneti függvényei.

## 6. Összefoglalás

A pilóta nélküli repülőgépek széles körben használt eszközök számos katonai, és polgári alkalmazási területen. A cikk a lehetséges UAVk közül a multirotoros (négyrotoros, quadrotor) UAV-ra korlátozódik, tekintettel az alakuló Nemzeti Közszolgálati Egyetemen működő QUADRO LAB szakmai műhelyben alkalmazott GAUI-330X quadrotorokra. A szakmai műhely fő feladata a műveleti területi felderítő repülések végrehajtása, valamint katasztrófavédelmi-, és egyéb más alkalmazások támogatása. A szerző bemutatta a quadrotorok térbeli mozgásának matematikai modelljét, és az egyik, talán leginkább gyakori repülési üzemmóddal, a „függés” manőverrel foglalkozik. E repülési manőver optimális szabályozási rendszer segítségével is végrehajtható. Az LQR feladat megoldására a szerző új súlyozást mutatott be, aminek révén olyan szabályozó tervezhető, amely biztosítja a zárt repülésszabályozó rendszer előírt minőségi jellemzőit. A téma több új területet is felkínál vizsgálatra, amit a QUADRO LAB szakmai műhely keretében kívánunk megoldani.

## 7. Irodalomjegyzék

- [1] *Control System Toolbox 8. Getting Started Guide*, The MathWorks™, 2008.
- [2] *MATLAB® 7 (R2010b). Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2009.
- [3] McLean, D.: *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International, New York-London-Toronto-Sydney-Tokyo-Singapore, 1990.
- [4] *MIL-STD 1797A*, Notice 3. *Flying Qualities of Piloted Aircraft*, Department of Defense, Interface Standard, 2004.
- [5] Pokorádi, L.: *Rendszerek és folyamatok modellezése*, ISBN 978-963-9822-06-1, Campus Kiadó, Debrecen, 2008.
- [6] Szabolcsi, R.: *Pilóta nélküli repülőgépek polgári alkalmazási lehetőségeinek vizsgálata*, Elektronikus Műszaki Füzetek IV, MTA, Debreceni Akadémiai Bizottság, Műszaki Szakbizottsága, p(59–65), Debrecen, 2007.
- [7] Szabolcsi, R.: *Conceptual Design of Unmanned Aerial Vehicle Systems for Non-Military Applications*, Proceedings of the 11<sup>th</sup> Mini Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies VSDIA 2008, ISBN 978-963-313-011-7, pp (637-644), Budapest University of Technology and Economics, 10-12 November 2008, Budapest, Hungary.
- [8] Szabolcsi, R.: *Conceptual Design of the Unmanned Aerial Vehicle Systems Used for Military Applications*, Scientific Bulletin of “Henri Coanda” Air Force Academy, No. 1/2009., ISSN 2067-0850, pp. (61-68).
- [9] Szabolcsi, R.: *Multirotoros légijárművek, repülésdinamikai modellje, és azok vizsgálata*, Repüléstudományi Közlemények, 2011/2. szám, HU ISSN 1789-770X, „Véget ért a MiG-korszak” tudományos konferencia kiadványa, Szolnok, 2011. április 15. (<http://www.szrfk.hu/rtk/index.html>).