

NÉHÁNY MEGJEGYZÉS A BURKOLÓFELÜLETEK VIZSGÁLATÁHOZ

Nándoriné Tóth Mária

egyetemi docens

Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki és Informatikai Kar, Ábrázoló Geometriai Tanszék
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros, nmetm@abrg.uni-miskolc.hu

Összefoglalás

Egymáshoz képest mozgó alkatrészek kapcsolódásakor felmerül a keletkező burkolófelületek pontos meghatározásának feladata. Néhány esetet vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a burkolófelületek pontos ismerete igen fontos szerepet játszik a mérnöki tervezési munkában. A relatív mozgást végző térrendszerek egymást kölcsönösen burkoló felületei mindig a karakterisztikus görbében érintkeznek. Pillanatnyi érintkezésükkel egyidőben azonban még metszhetik is egymást egy metszésvonalban. Vizsgálódásaim során néhány olyan esettel találkoztam, amire érdemes odafigyelni. Ezek közül szeretnék néhányat bemutatni.

Kulcsszavak: burkolófelület, karakterisztikus görbe, relatív mozgás

Abstract

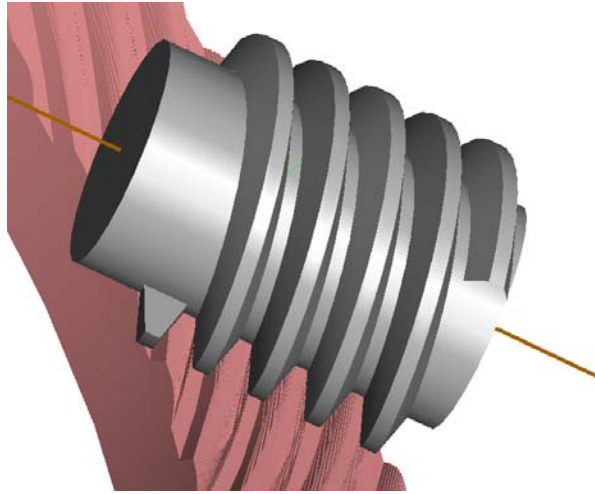
In case of connecting the pieces that move comparing to each other, the exact calculation of envelope surfaces is an important question. By examining some cases, we can claim that exact knowledge about envelope surfaces play an important role in engineering design. Surfaces of space systems moving relatively that envelop each other mutually always touch on the characteristic curve. Along with their momentary touch, they can also cross each other in a cross line. In my investigations, I have found some cases which merit attention. In this paper some of them will be presented.

Keywords: envelope surface, characteristic curve, relative move

1. Bevezetés

Szerszám és munkadarab viszonyában, gyártáskor, fogaskerekek működése során (1. ábra), vagy bármely két, egymáshoz képest mozgó alkatrész kapcsolódásakor felmerül a keletkező burkolófelületek pontos meghatározásának feladata [1], [2], [3]. Néhány esetet vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a burkolófelületek pontos ismerete igen fontos szerepet játszik a mérnöki tervezési munkában.

Az egyik tér egy pontja a másik térben általában egy vonalat ír le. Az egyik tér egy vonala a másik térben általában egy felületet sűrol. Végül az egyik tér egy felületének a másik térben elfoglalt helyzeteit általában ez utóbbi térnek egy felülete burkolja. Ezeket az alakzatokat a két tér relatív mozgása egyértelműen meghatározza.



1. ábra Hengeres csiga és belső kúpkerek kapcsolódása [4]

Haladó mozgással, forgómozgással, vagy az általánosabb, mindkettőt magában foglaló csavarmozgással származtatott vonalak és felületek előállításának nagy irodalma ismeretes. Ezen vonalak és felületek előállíthatók analitikusan, illetve szerkesztéssel is. Burkolófelület létrehozásához ezekkel a módszerekkel meg lehet határozni a mozgó felület úgynevezett karakterisztikus görbáját, ami mozgása során ugyanazt a felületet írja le, mint amit az eredeti felület burkol.

Vizsgálódásaim során különleges esetekkel találkoztam, ezeket szeretném bemutatni. Az ábrákat a KEYCREATOR nevű 3D-s gépészeti tervezőrendszerrel készítettem.

2. Néhány burkolófelület burkolófelülete

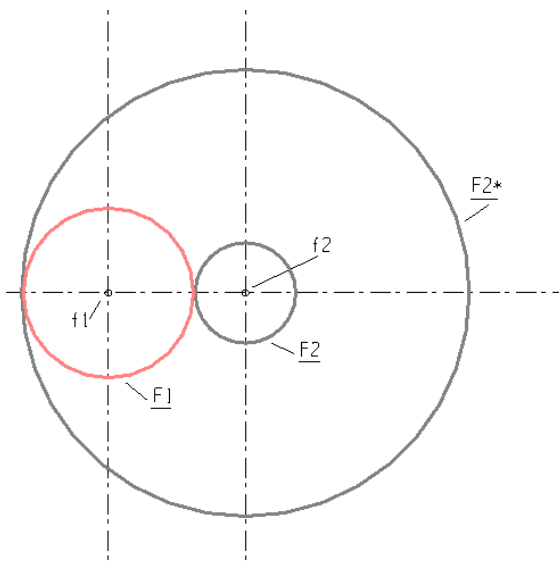
A térrendszereket A -val, a forgástengelyeket f -fel, a felületeket F -fel (az ábrákon aláhúzva) fogjuk jelölni.

Ha egy $A1$ térrendszer egy másik, $A2$ térrendszerhez képest mozog, akkor az $A1$ -hez tartozó valamely $F1$ oldal felületnek $A2$ -ben általában megfelel egy $F2$ felület, amely a két rendszer relatív mozgása során az $F1$ által az $A2$ -ben elfoglalt helyzetek burkolófelülete az $A2$ rendszerben. Ha viszont az így meghatározott $F2$ felületnek a rendszerek relatív mozgása során az $A1$ -ben elfoglalt helyzeteihez a $A1$ -beli burkolófelületet keressük vissza, akkor azt tapasztaljuk, hogy ennek az eredeti $F1$ felület legfeljebb is csak része, de nem mindig teljesen egyeznek.

2.1 Nem csupán az eredeti felületet kapjuk vissza

Legyen az $A0$ rendszer álló, az $A1$ és $A2$ rendszerek pedig végezzenek benne párhuzamos $f1$ és $f2$ tengelyek körül egymással ellentétes irányú forgómozgásokat.

Az $A1$ rendszer egy $f1$ tengelyű $F1$ forgáshengerének ekkor az $A2$ rendszerben az $f2$ tengelyű $F2$ és $F2^*$ forgáshengerekre szétcsatolt burkolófelület felel meg (2. ábra).



2. ábra $F1$ -nek $f2$ körüli forgása során burkolt felületei

Ha most viszont az $F2$ -ből és az $F2^*$ -ből álló $A2$ -beli felületnek az $A1$ -ben keressük a burkolófelületét, akkor visszanyerjük az eredeti $F1$ -et, de mellette megkapjuk még az $f1$ tengelyű $F1^*$ és $F1^{**}$ forgáshengereket is (3. ábra).

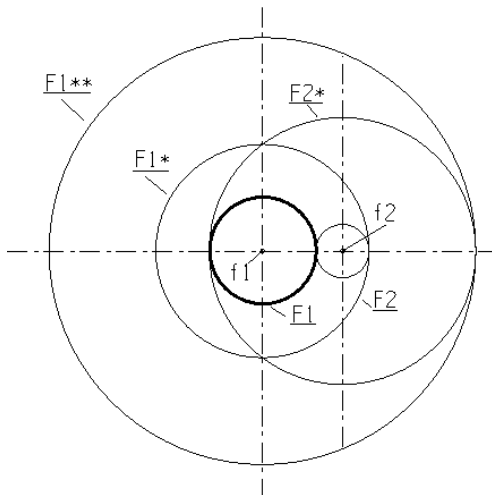
2.2 A burkolófelületek elfajulhatnak

Ha az előző példában szereplő $F1$ forgáshenger sugara éppen az $f1$ és $f2$ távolságával egyenlő, akkor az $F2$ forgáshenger egy egyenessé, az $f2$ tengellyé fajul el (4. ábra).

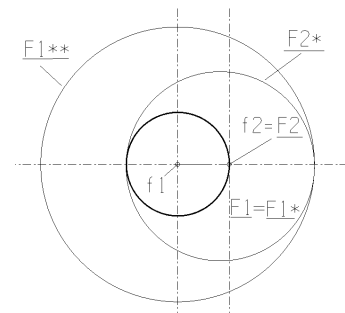
A példában azt is látjuk, hogy a burkolófelületek nemcsak felületekre eshetnek szét, hanem adott esetben belőlük vonal is kieshet. A példában szereplő $A2$ rendszer $F2$ egyenese visszasúrolja az $A1$ -ben az eredeti $F1$ -et, amely egyúttal mint - az előbbi jelöléssel - $F1^*$ az $A2$ rendszer $F2^*$ hengerének az $A1$ -beli burkolóhengere is.

2.3 Nem kapjuk vissza az eredeti felületet

Egy további példában legyen az $A0$ álló rendszer, és benne $f1$ tengellyel egy $A1$ rendszer végezzen elemi forgómozgást. Az $A1$ rendszer $f1$ -el párhuzamos tengelyű $F1$ forgáshengerének az $A0$ -ban az $F0$ és $F0^*$ forgáshengerekre szétesett burkolófelület felel meg. Könnyen belátható, hogy a mozgás megfordításakor az állónak képzelt $A1$ rendszerben az $f1$ körül ugyanolyan nagyságú, de ellentétes irányú szögsebességgel forgónak képzelt $A0$ rendszer $F0$ és $F0^*$ forgáshengerei nem burkolják vissza az $A1$ -ben az eredeti $F1$ forgáshengert, hanem benne forognak az $A1$ rendszer $F1^*$ és $F1^{**}$ forgáshengereiben (5. ábra).



3. ábra $F2$ és $F2^*$ burkolófelülete az $f1$ körüli forgása során



4. ábra A burkolófelület egy egyenessé és egy hengerfelületté esik szét

3. Karakterisztikus görbe

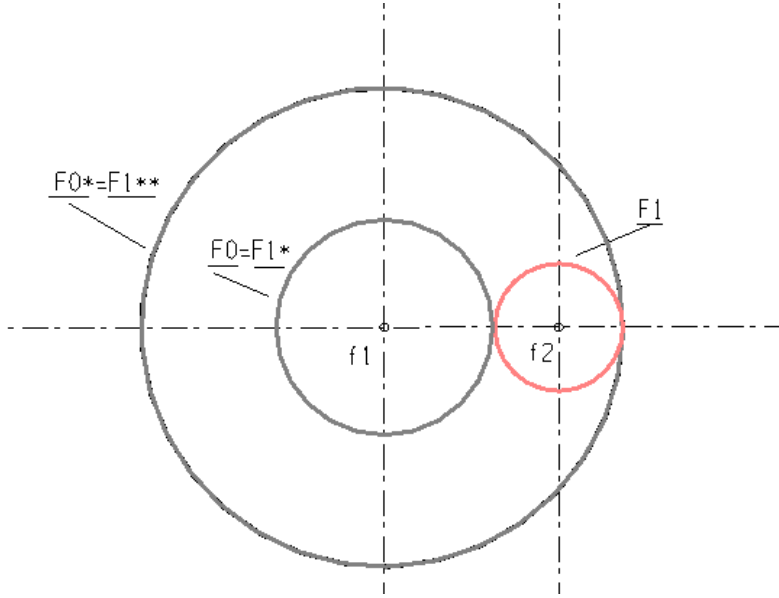
Ha egy felület c tengely körül, p paraméterű csavarmozgást végez, akkor a felületnek azon K pontjai írják le a felület karakterisztikus görbéjét, amelyekre igaz, hogy

$$\vec{v}_K \vec{n}_K = 0 \quad (1)$$

ahol \vec{v}_K a mozgás pillanatnyi sebessége, \vec{n}_K pedig a csavarvonal K pontbeli normálisa.

A karakterisztikus görbe pontjai által leírt csavarvonalak alkotják a felület burkolófelületét. Amennyiben például a mozgó felület sík, akkor a karakterisztikus görbe egy egyenes, a burkolófelület pedig egy kifejthető csavarfelület. Gömb moz-

gása során a karakterisztikus görbe a gömb gömbi főköre, és mozgása során egy arkhimédészi csőfelületet ír le (6. ábra).



5. ábra. Az f_1 tengely körül forgó, vele párhuzamos tengelyű F_1 felület burkolófelülete

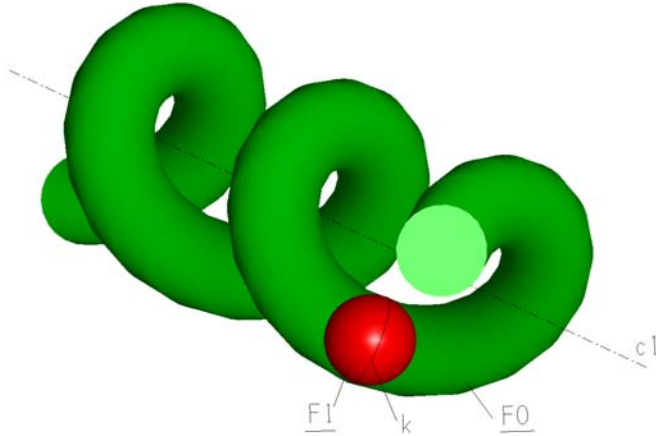
4. Egymást burkoló felületek metszése

A relatív mozgást végző A_1 és A_2 térrendszerek egymást kölcsönösen burkoló F_1 és F_2 felületei egymást mindig a k karakterisztikus görbében érintik. Pillanatnyi érintkezésükkel egyidőben azonban még metszhetik is egymást egy m metszésvonalban. A k karakterisztikus vonalat általában, mint a két felület metszetének részét tekinthetjük. A k -n levő azon pontok, amelyekben k -t az m metszi, a teljes metszet kettőspontjai.

4.1 Példa forgómozgást végző rendszerek esetében

Az álló A_0 rendszerben az egymást metsző f_1 és f_2 tengelyek körül forogjon egy A_1 és A_2 rendszer. Az A_1 rendszer f_1 tengelyű F_1 forgáshengerének az A_2 -ben széteső burkolófelület felel meg. Ennek egyik része az f_2 tengelyű, F_2 forgáskúp. Az F_1 és F_2 egymást az A_0 -ban állandó helyzetű k momentán karakterisztikus egyenesben érinti. Ezenkívül az F_1 és F_2 metszi is egymást, az A_0 -ban szintén állandó helyzetű m pillanatnyi metszésvonalban (7. ábra). Az F_1 és F_2 metszése a

k -ra és m -re széteső negyedrendű görbe, aminek a kettőspontja ezen két görbe metszéspontja.



6. ábra Az $F1$ gömbfelület a rajta lévő k karakterisztikus gömbi főkörrrel és az általa burkolt $F0$ csavarfelület axonometrikus képe

4.2 Példa csavarmozgást végző rendszereknél

Az álló $A0$ rendszerhez képest egy $c1$ tengely körül p paraméterrel csavarmozgást végző $A2$ rendszer és az $f1$ tengely körül forgó $A1$ rendszer legyen adva (8. ábra), ahol az $f1$ -nek a $c1$ -től mért távolsága és egymással bezárt szöge között a

$$p = r \cot \beta \quad (2)$$

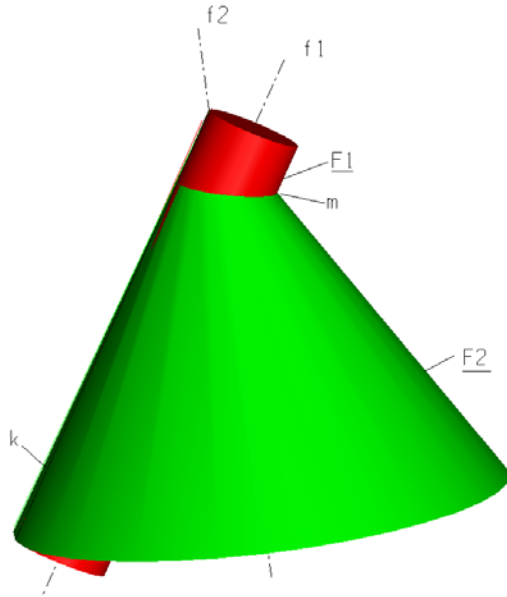
összefüggés álljon fenn, ahol

p – a csavarodás paramétere,

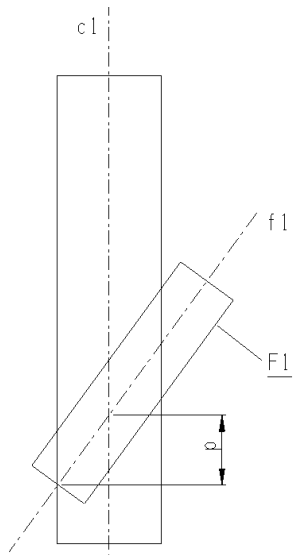
r – a csavarhenger sugara, az $f1$ -nek a $c1$ -től mért távolsága,

β – a csavarodás emelkedési szöge, az $f1$ és $f2$ egymással bezárt szöge.

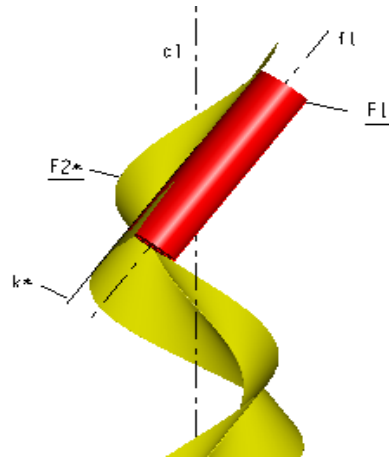
Ha az $A1$ rendszer $f1$ tengelyű $F1$ forgáshengerének az $A2$ rendszerbeli burkolófelületét keressük, akkor azt tapasztaljuk, hogy az széteső felület, és az $F1$ -nek a $c1$ tengelyű, r sugarú forgáshengert érintő k^* alkotója a széteső karakterisztikus görbének egy része, valamint a k^* alkotójú, $c1$ tengelyű $F2^*$ kifejthető csavarfelület a szétesett burkolófelületnek egy része (9. ábra). Az $F1$ forgáshenger és az $F2^*$ kifejthető csavarfelület azonban egymást nemcsak érintik a k^* mentén, hanem metszik is egymást. Ennek a metszésnek a kettőspontja a k^* -ra esik. Az $F1$ -nek az $F2^*$ -gal való metszészvonala tehát a k^* karakterisztikus egyenes és egy görbéi (10. ábra), ami a k^* -ot a metszészvonal kettőspontjában metszi. Az $F1$ forgáshenger még burkolja az $F2$ csavarfelületet is a $c1$ körüli csavarmozgása során.



7. ábra Az $F1$ forgáshengernek és $F2$ burkolófelületének a k -ra és m -re széteső metszése

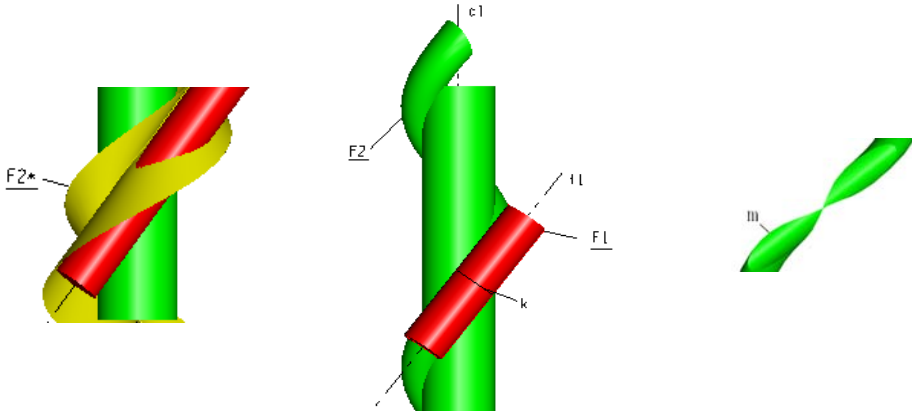


8. ábra A csavarhenger és a forgáshenger elhelyezkedése



9. ábra Az $F1_{k^*}$ egyenese által burkolt $F2^*$ kifejtető csavarfelület

A karakterisztikus görbe ennél a felületnél a k , $F2$ alapkörével megegyező sugarú kör (11. ábra). Az előzőekhez hasonlóan, ez a felület is metszi az $F1$ forgáshengert a k karakterisztikus körben és m -ben (12. ábra), a metszet kettőspontja a k és m metszéspontja. A $c1$ körüli csavarmozgása során tehát az fl tengelyű $F1$ forgáshengernek a k és k^* karakterisztikus görbéje széteső burkolófelületet ír le, amivel a karakterisztikus görbén kívül metszik is egymást. Belátható, hogy az $F1$ felület még további felületdarabokat is sűrol az $A2$ -ben.



10. ábra Az $F1$ és az általa burkolt $F2^*$ kifejthető csavarfelület

11. ábra Az $F1$ által burkolt $F2$ csavarfelület

12. ábra Az $F1$ és az $F2$ metszetének a k -n kívüli része, m

5. Összefoglalás

Relatív mozgást végző térrendszerekben levő felületek kölcsönös burkolásának vizsgálatánál körültekintően kell eljárni, ugyanis a mozgás megfordíthatóságából nem következik a burkolás megfordíthatósága.

6. Irodalomjegyzék

- [1] Bancsik ZS., Juhász I., Lajos S.,: *Ábrázoló geometria szemléletesen* (elektronikus könyv), pp 427-437.
- [2] Drahos I.,: *A szerszámgeometria mozgásgeometriai alapjai*, Tankönyvkiadó, Bp., 1976., pp 38-68.
- [3] Drahos I.,: *Ábrázoló geometria bányá-, kohó- és gépészmérnök hallgatóknak*, III. rész, Kézirat, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985., pp 45-99.
- [4] Lévai I., Nándoriné Tóth M.,: *Hengeres csigahajtás kúpkerékkel*, Gép, LX. évfolyam 1. szám, 2009.