

## A BÁNKI-TURBINA JÁRÓKEREKÉBŐL TÖRTÉNŐ PERDÜLETMENTES KILÉPÉST BIZTOSÍTÓ OPTIMALIZÁLT ADATRENDSZER

Hajdú Sándor<sup>1</sup>, Kalmár László<sup>2</sup>, Czibere Tibor<sup>3</sup>

<sup>1</sup>doktorandusz, e-mail: [hajdu@kti.hu](mailto:hajdu@kti.hu),

<sup>2</sup>egyetemi docens, e-mail: [aramka@uni-miskolc.hu](mailto:aramka@uni-miskolc.hu),

<sup>3</sup>professzor emeritus, e-mail: [aramczt@uni-miskolc.hu](mailto:aramczt@uni-miskolc.hu)

Miskolci-Egyetem, Energetikai és Vegyipari Gépészeti Intézet,  
Áramlás- és Hőtechnikai Gépek Intézeti Tanszék,  
3515 Miskolc, Miskolc-Egyetemváros

### Összefoglalás

Világszerte alkalmazzák a kis vízerőművekben a kettős átömlésű járókerékkel rendelkező Bánki-turbinát, és ez indokolja a keresztáramú turbina tervezési problémáinak az aktualitását. A közlemény áttekinti a Bánki- turbina járókerekből kilépő perdületmentes áramlást biztosító optimális adatrendszer felépítését. Ehhez felhasználjuk a korábbi közleményeinkben ismertetett eredményeinket is.

**Kulcsszavak:** Keresztáramú turbina, Bánki-turbina, kilépési veszteség, optimalizálás

### Abstract

The small power water turbine equipped with double-flow runner by Donat Banki is still being developed and manufactured worldwide which implies that the design problems of the cross-flow turbine still have topicality. The present paper briefly summarizes the system of Bánki turbine design parameters which yields angular momentum free flow at the outlet. The results summarized in our former papers are used to show the role of relevant parameters in the optimized data system.

**Keywords:** Cross-flow turbine, Bánki turbine, outlet loss, optimization

## 1. Bevezetés

Az akciós működésű Bánki-turbina alkalmazási területe a szintén szabadsugarú Pelton-turbina alkalmazási területéhez kapcsolódik a kisebb esések és vízmennyiségek hasznosíthatóságának a biztosításával. Általában igaz, hogy az akciós turbina lapátsatornáiban az atmoszferikus nyomáshoz képest túlnyomás nem keletkezik, mivel a járókerékben mechanikai munkává alakuló esés a járókerék előtt teljes egészében kinetikai energia formájában van jelen. A lapátsatornában akkor nem lép fel túlnyomás, ha a lapátsatornát az átfolyó vízszög nem tölti ki teljesen. A határeset, amikor teljes a kitöltöttség, de nincs túlnyomás, a Bánki-turbina speciális konstrukciója esetében meg is valósulhat. Bánki maga ezért „hárturbina” néven is emlegette a „kis vízturbinát”.

A teoretikus határhelyzet feltételezése jelentősen megkönnyíti az elméleti megfontolásokat. Amikor ugyanis a közeg *éppen* kitölti a lapátsatornát, akkor egyrészt nincs nyomáskülönbség a járókerék belépő és kilépő palástja között, másrészt a kontinuitás tétele könnyen alkalmazható, kihasználva a körív alakú lapátok határolta lapátsatorna speciális geometriájából adódó egyszerűsítési lehetőségeket is [1], [2].

A munkaközeg a Bánki-turbina lapátkoszorúján kétszer ömlik át: a járókerék kerületén belépve először centripetálisan ömlik át a járókerék lapátozott terén, miközben a kinetikus energiája egyik (nagyobb) részét átadja a forgó járókeréknek; majd a járókerék belső részén áthaladva ismét belép a lapátkoszorúba, és azon immár másodsorra centrifugálisan átömölve energiája másik részét is átadja a járókeréknek; végül a lapátkoszorú kerületén távozik a járókerékből. A járókerék forgó lapátrácsa biztosítja a közeg elterelését, ami az adott esés, térfogatáram és járókerék fordulatszám mellett közvetlenül meghatározza a kinyerhető mechanikai teljesítményt.

Korábbi közleményeinkben [4], [5], [6] megadtuk a Bánki-turbina járókerékének a méretarányait megadó összefüggéseket a rááramlás iránya és sebessége, valamint az üzemállapot függvényében. Az elméleti háttér a körív alakú, hengeres lapátozású járókerékben az összenyomhatatlan, súrlódásmentes közeg lapát-kongruens áramlása feltételezésén alapszik olyan módon, hogy az áramkép a járókerék tengelyére merőleges bármelyik síkban ugyanaz. Ekkor a rááramlás irányszögének, a rááramlás sebességének és a járókerék szögsebességének (azaz az üzemállapotnak) az ismeretében a járókerék lapátozott terének bármelyik pontjában zárt alakban megadható az áramlás *iránya*.

*Optimális esetben* a járókerék méretarányai, valamint az üzemállapot jellemzői olyanok, hogy az ütközési veszteség (a lapátok belépő élén a sima rááramlás helyett iránytörés keletkezik) és a kilépés perdületessége miatti veszteség összege minimális.

Figyelembe véve, hogy a járókerék lapátozásának *ugyanazon az élén* történik a közeg be- és kilépése, minden fent említett paraméter (az abszolút áramlás iránya, sebessége, lapátszög, üzemállapot-jellemző) a *járókerék kerületére* vonatkozik.

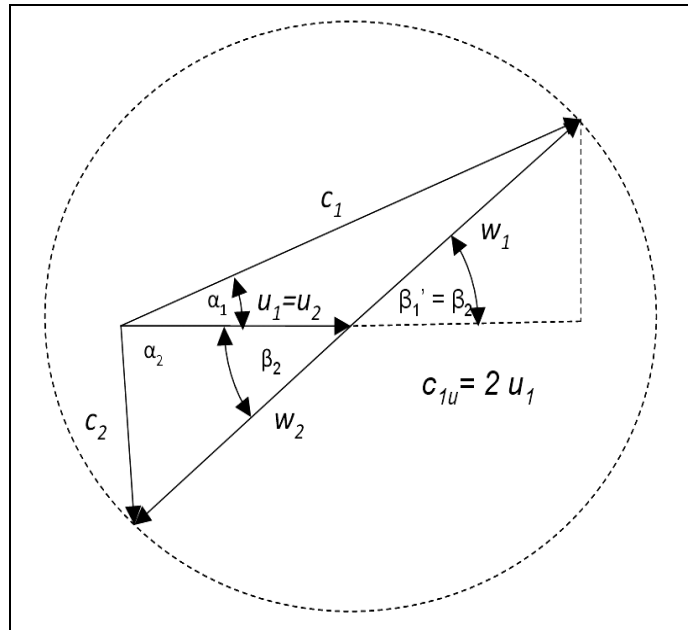
Ennek az a következménye, hogy akár a fent említett, az iránymezőt közvetlenül meghatározó összefüggés által szolgáltatott eredményekre alapozzuk (a járókerék kerülete is a járókerék lapátozott teréhez tartozik) az optimalizálást, akár a járókerék kerületén érvényes kapcsolatrendszer egyéb módon történő feltárása révén jutunk el az optimalizált eredményekhez, ugyanazt a konzisztens (és optimalizált) adatrendszert kapjuk.

Jelen közleményünkben összefoglalóan áttekintjük a Bánki-turbina járókerékének a méretarányait megadó összefüggéseket az üzemállapot függvényében az *optimális esetre* vonatkozóan.

Az optimalizált paraméterek kapcsolatát leíró komplikált összefüggéseket egyszerűen kezelhető, gyakorlati munkára alkalmas diagramokon is közöljük.

Közleményünk számos olyan részlettel nem foglalkozik, ami szintén az optimalizált működéshez tartozik. Ezek között a kilépési veszteség (a kilépő tömegáram impulzusa miatti veszteség, lásd a 2. pontot is), a turbina alvízszint feletti magasságából eredő veszteség, és a megfűvást biztosító konfúzoros csatorna kialakításától függő veszteségek elemzése a teljes gép, illetve a telep optimalizált kialakításához szükséges, és ez már túlmutat a járókerék optimalizálásán. A járókerék belsejében zajló valós áramlás sajátosságai miatti veszteségek pedig a közleményben összefoglalt eredmények háttérét képező eszközökkel nem kezelhetők.

## 2. A sebességi háromszögek perdületmentes kilépés esetén



*1. ábra. Sebességi háromszögek a be- és a kilépésnél*

Az 1. ábrán, a járókerék kerületén a be- és a kilépő sebességi háromszögeket összerajzolva mutatjuk be perdületmentes kilépés esetében. Az ábrán alkalmazott jelölések:

- kerületi sebesség:  $u$
- relatív sebesség:  $w$
- az áramlás abszolút sebessége:  $c$ .

Az indexek:

- belépés a járókerék kerületén: 1
- kilépés a járókerék kerületén: 2
- a sebesség kerületi irányú összetevője:  $u$
- a sebesség sugárirányú összetevője:  $m$ .

Mivel a Bánki-turbina keresztáramú járókereke esetében a be- és a kiömlés ugyanazon a lapát élen megy végbe, a be- és kilépő sebességi háromszögben a veszteség figyelmen kívül hagyásával, sűrű, vékony lapátozás esetén, amikor a lapátok közelítően relatív áramvonalaknak tekinthetők (lapát-kongruens áramlás):

- a kerületi sebesség, valamint a be- és a kilépő relatív sebesség egyenlő:  
 $w_1 = w_2$ ,
- a lapátszögek azonosak ( $\beta_2 = \beta_1'$ ), de az átömlés ellentétes iránya miatt az egyik esetben a lapátszög a sebességi háromszög külső szöge:  
 $\beta_1' = 180^\circ - \beta_1$ ,

- *perdületmentes kilépés* esetén a belépő abszolút sebesség kerületi irányú összetevője:  $c_{1u} = 2 u_1$  és  $\alpha_2 = 90^\circ$  továbbá  $c_{1m} = c_2$ .

A K középpontú körív alakjára hajlított lemezlapátok a koszorúban úgy kerülnek elhelyezésre, hogy a lapátgörbe és az  $R_{II}$  sugarú belső kör érintője egymásra merőleges legyen (2. ábra).

A lapátózást magát három geometriai adat egyértelműen meghatározza: a lapátkoszorú  $R_I$  külső és  $R_{II}$  belső sugara (a sugárviszony:  $R = R_{II} / R_I$ ), valamint az A-E lapátgörbe érintőjének a külső kör érintőjével alkotott  $\beta_1$  szöge, vagy gyakorlatias megfontolásból szintén alkalmazható harmadik adatként a lapát  $\gamma$  középponti szöge is. Az ábrán szerepel a járókeréken átáramló közeg egy számított középső áramvonala (az A-B-C-D görbe). Az áramlás irányát nyíl mutatja.

A turbina üzemállapotát a belépő  $\omega R_I$  kerületi és a  $c_{1m}$  meridián sebességek  $\psi = \omega R_I / c_{1m} = u_1 / c_{1m}$  viszonya jellemzi.

A kilépési veszteség *perdületmentes kilépés* esetén:

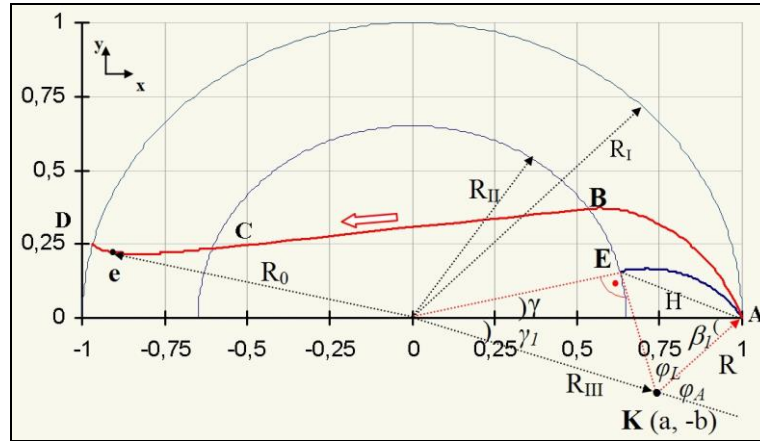
$$Y' = \frac{c_{1m}^2}{2} = \frac{c_{1u}^2 \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha_1)}{2} = 2 \cdot u_1^2 \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha_1) \quad (1)$$

A kilépési veszteség viszonya *perdületmentes kilépés* esetén a teljes hasznosítható energiához a (6) és a (7) felhasználásával:

$$\frac{Y'}{Y_p + Y_F} = \operatorname{tg}^2(\alpha_1) \quad (1/a)$$

Az üzemállapot paraméterének ( $\psi$ ) a számlálója és a nevezője egymástól független adatokat tartalmaz, azonban ezek az adatok az (1) és az (1/a) összefüggés szerint egyaránt érzékenyen befolyásolják a kilépési veszteséget is, és a kilépési veszteség viszonyát is a teljes hasznosítható energiához. Az összefüggések szerint az is megállapítható, hogy az üzemállapot jellemzőjének a számértéke *nincs közvetlen kapcsolatban* a kilépési veszteséggel. Ennek az a következménye, hogy míg a *perdületmentes kilépés* szempontjából a cikk tárgyát képező adatrendszeren belül az üzemállapot paraméter optimalizálható, addig a kilépési veszteség alacsony értéken tartása szempontjából a *perdületmentes kilépés* esetének nincs kitüntetett szerepe. A kilépési veszteség minimalizálása a jelen cikk tárgyát képező adatrendszer elemeinek és a gép, illetve a telep egyéb jellemzőinek az összehangolásával biztosítható, ahogyan erre a bevezetőben is utaltunk.

A kerék belsejében történő átömlés során, a belső kerületen az ütközésmentes rááramlás csak akkor biztosítható, ha az  $R_{II}$  sugáron a ki- és a belépő sebességi háromszögek egybevágóak és derékszögűek, a relatív sebesség mindkét háromszögben sugárirányú, és ennek megfelelően az  $R_{II}$  sugáron a lapátszög  $90^\circ$  értékű.



2. ábra. A járókerék geometriája

A belső ( $R_{II}$  sugarú) paláston érvényes mennyiségek (ezek esetében a  $b$  indexet alkalmazva):

$$u_l = c_{1u} / 2 \text{ (perdületmentes kilépés esetén),} \quad (2)$$

$$u_b = u_l (R_{II} / R_I), \quad (3)$$

$$w_{bu} = 0, \quad (4)$$

$$c_{bu} = u_b \quad (5)$$

### 3. A belépő lapátszög ( $\beta_I$ ) és az üzemállapot-jellemző ( $\psi$ ) kapcsolata perdületmentes kilépés esetén

A belépő lapátszög és az üzemállapot-jellemző kapcsolatát a sebességi háromszögeknek a *perdületmentes kilépés* esetében adódó speciális tulajdonságait felhasználva tárjuk fel, a bevezetőben részletezett feltételek fennállását feltételezve.

A geometriai viszonyok ismeretében és *perdületmentes kilépést feltételezve* a centripetális és a centrifugális átömlés során hasznosítható energia aránya az alábbiak szerint alakul [4]:

A tömegegységre eső energiaváltozás (a sugarak jelölése a 2. ábra szerint):

a) a centripetális átömlésű szakaszon:

$$Y_P = c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2 = 2u_1^2 - u_2^2,$$

$$Y_P = u_l \left( 2 - \left( \frac{R_{II}}{R_I} \right)^2 \right) \quad (6)$$

b) a centrifugális átömlésű szakaszon:

$$Y_F = c_{2u} u_2 = u_2^2 =$$

$$Y_F = u_1 \left( \frac{R_{II}}{R_I} \right)^2 \quad (7)$$

c) a teljes járókerék esetében:

$$Y_p + Y_F = c_{1u} u_1 = 2u_1^2 \quad (8)$$

Az energiaátalakulás megoszlása a két átömlési szakasz között:

a) a centripetális átömlésű szakasz esetében

$$\frac{Y_p}{Y_p + Y_F} = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{R_{II}}{R_I} \right)^2 = 1 - \frac{R^2}{2} \quad (9)$$

b) a centrifugális átömlésű szakasz esetében

$$\frac{Y_F}{Y_p + Y_F} = \frac{1}{2} \left( \frac{R_{II}}{R_I} \right)^2 = \frac{R^2}{2} \quad (10)$$

A centripetális és a centrifugális átömlés során a nyomaték aránya *perdületmentes ki lépés* ( $c_{2u} = 0$ ) esetén az alábbiak szerint alakul:

$$\frac{M_p}{M_f} = \frac{\rho \cdot Q}{\rho \cdot Q} \cdot \frac{c_{1u} \cdot R_I - c_{bu} \cdot R_{II}}{c_{bu} \cdot R_{II} - c_{2u} \cdot R_I} = \frac{c_{1u} \cdot R_I - c_{bu} \cdot R_{II}}{c_{bu} \cdot R_{II}} \quad (11)$$

áll továbbá:

$$c_{1u} = u_1 + w_{1u} = R_I \cdot \omega + c_1 \cdot \frac{\sin(\alpha_1)}{\operatorname{tg}(\beta_1)} \quad (12)$$

Az (5) és a (12) összefüggés felhasználásával (11) átalakítható:

$$\frac{M_p}{M_f} = \frac{R_I^2 - R_{II}^2}{R_{II}^2} + \frac{R_I \cdot c_1}{R_{II}^2 \cdot \omega} \cdot \frac{\sin(\alpha_1)}{\operatorname{tg}(\beta_1)} \quad (13)$$

A sugárviszony ( $R = R_{II} / R_I$ ) felhasználásával és a járókerék sugarát egységnyinek választva ( $R_I = 1$ ) a (13) összefüggés így alakul:

$$\frac{M_p}{M_f} = \frac{1}{R^2} \cdot \left[ 1 - R^2 + \frac{c_1}{\omega} \cdot \frac{\sin(\alpha_1)}{\operatorname{tg}(\beta_1)} \right] \quad (14)$$

Az üzemiállapot paraméter kifejezését beírva (14)-be és a járókerék sugarát egységnyinek választva ( $R_I = 1$ ):

$$\psi = \frac{\omega \cdot R_I}{c_{lm}} = \frac{\omega \cdot R_I}{c_I \cdot \sin(\alpha_I)} \text{ azaz } \frac{\omega}{c_I} = \frac{R_I}{\psi \cdot \sin(\alpha_I)} = \frac{I}{\psi \cdot \sin(\alpha_I)},$$

behelyettesítve (14)-be:

$$M = \frac{M_p}{M_f} = \frac{I}{R^2} \cdot \left[ I + \frac{I}{\psi \cdot \operatorname{tg}(\beta_I)} \right] - I. \quad (15)$$

A centripetális szakaszon történő átáramlás által létrehozott nyomaték és a teljes nyomaték aránya:

$$\frac{M_p}{M_f + M_p} = \frac{\frac{M_p}{M_f} \cdot M_f}{\frac{M_p}{M_f} \cdot M_f + M_f} = \frac{M}{I + M}.$$

Felhasználva, hogy áll:

$$\frac{Y_p}{Y_p + Y_F} = \frac{M_p}{M_f + M_p},$$

behelyettesítés után kapjuk az üzemállapot jellemzője és a lapátszög kapcsolatát implicit alakban:

$$I - \frac{R^2}{2} = \frac{\frac{I}{R^2} \cdot \left[ I + \frac{I}{\psi \cdot \operatorname{tg}(\beta_I)} \right] - I}{\frac{I}{R^2} \cdot \left[ I + \frac{I}{\psi \cdot \operatorname{tg}(\beta_I)} \right]}. \quad (15)$$

A sugárviszony ( $R$ ) kiküszöbölésével és rendezés után kapjuk az üzemállapot jellemzője és a kerületen érvényes lapátszög kapcsolatát explicit alakban leíró egyszerű összefüggést *perdületmentes kilépés* esetére:

$$\psi = \frac{I}{\operatorname{tg}(\beta_I)}. \quad (16)$$

Az összefüggést a 3. ábrán ábrázoljuk. A (16) szerinti összefüggés megegyezik a korábbi közleményünkben [5] ismertetett eredménnyel. A [5] szerinti eredmény a lapátozott térben az abszolút áramlás iránymezejének ismeretében adódott, felhasználva, hogy *perdületmentes kilépés* esetében az abszolút áramvonal érintője a kilépésnél egybe esik a járókerék sugarával. A 2. ábrán szereplő „e” pont ebben az esetben a járókerék kerületére esik és  $R_0 = R_I$ .

A kétféle megfontolás szükségképpen azonos eredményt szolgáltat, mivel mindkét esetben a bevezetőben említett feltételeket vettük alapul és az érintett adatok konzisztens rendszert alkotnak.

#### 4. A belépő lapátszög ( $\beta_1$ ) és a belépő áramlás irányának ( $\alpha_1$ ) kapcsolata perdületmentes kilépés esetén

A bevezetőben említett feltételek mellett a járókerék lapátozott terének tetszőleges pontjában érvényes sebességi háromszögek alapján írható:

$$c \sin \alpha = w \cdot \sin \beta$$

$$c^2 = u^2 + w^2 - 2 \cdot u \cdot w \cdot \cos(\pi - \beta)$$

E két egyenletből az abszolút sebesség kiküszöbölésével adódik:

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = \left( \frac{u^2}{w^2} + 2 \frac{u}{w} \cos \beta + 1 \right) \frac{1}{\sin^2 \beta} \quad (17)$$

Perdületmentes kilépés esetén érvényes az  $u_1/w_1 = \sin(\beta_1)$  összefüggés, amit (17)-be helyettesítve a kerületi lapátszög és az abszolút áramlás irányszögét leíró kapcsolat implicit alakját nyerjük:

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha_1} = \frac{3 \cdot \cos^2 \beta_1 + 1}{\sin^2 \beta_1} \quad (18)$$

Az explicit összefüggés:

$$\alpha_1 = \pm \arcsin \left[ \frac{\sin(\beta_1) \cdot \sqrt{3 \cdot \cos^2(\beta_1) + 1}}{3 \cdot \cos^2(\beta_1) + 1} \right], \quad (19)$$

ahol a pozitív előjelű megoldás rendelkezik fizikai jelentéssel. Az összefüggést a 3. ábrán ábrázoljuk.

A (16) és a (19) szerinti összefüggések által szolgáltatott eredmény a 3. pontban már kifejtett okok miatt természetesen megegyezik a korábbi közleményünkben [5] ismertetett eredménnyel, az alábbiak szerinti kiegészítés figyelembevételével. Az [5] szerint meghatározott, a járókerékbe történő belépésnél (a külső kerületen) az abszolút sebesség  $\alpha_1$  irányszögének értékét a  $\beta_1$  lapátszög értékével a turbina üzemállapotát jellemző  $\psi$  sebességviszony függvényében megadó összefüggést írjuk fel abban a formájában az alábbi (20) egyenlet szerint, amikor a járókerék sugara egységnyi ( $R_1 = 1$ ):

$$\cot \alpha_1 = \sqrt{(\psi^2 \sin^2 \beta_1 + \psi \sin(2\beta_1) + 1) \cdot (1 + \cot^2 \beta_1)} - 1 \quad (20)$$

Ekkor, ha a (20) által összekapcsolt három mennyiség ( $\beta_1$ ,  $\psi$ ,  $\alpha_1$ ) közül kettő a *perdületmentes kilépés* feltételének megfelel, akkor a (20) felhasználásával adódó harmadik mennyiség is megfelel a *perdületmentes kilépés* feltételének. Az adatrendszer konzisztenciája fennáll. A konzisztenciát a 3. ábrán szereplő példák szerinti optimális adatrendszer, és ezekkel összhangban a (20) összefüggést ábrázoló bekeretezett diagramon szereplő adatok illusztrálják.



## 5. A sugárviszony ( $R$ ) és a belépő áramlás irányának ( $\alpha_1$ ) kapcsolata perdületmentes kilépés esetén

Korábbi közleményünkben [6] levezettük, hogy az  $R_{II} / R_I = R$  sugárviszony optimális értéke mellett a kilépés perdületmentes, ha adott a belépő abszolút sebesség nagysága és iránya. Adott kerületi sebesség mellett a fenti jellemzőket a (21) szerinti összefüggés kapcsolja össze:

$$1 - \frac{I}{R^2} \cdot \sin^2(\alpha_1) - 2 \cdot \frac{u_1}{c_1} \cdot \cos(\alpha_1) + \frac{u_1^2}{c_1^2} \cdot R^2 = 0 \quad (21)$$

A (21) perdületmentes kilépés esetén az alábbi formára módosul (perdületmentes kilépés esetén (1.ábra)  $\cos(\alpha_1) = 2u_1/c_1$ ):

$$1 - \frac{I}{R^2} \cdot \sin^2(\alpha_1) - \cos^2(\alpha_1) + \frac{\cos^2(\alpha_1)}{4} \cdot R^2 = 0 \quad (22)$$

A (22) megoldható az  $R$  változóra zárt alakban:

$$R = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{\cos^2(\alpha_1) - 1 + \sqrt{1 + \cos^4(\alpha_1) - 2 \cdot \cos^2(\alpha_1) + \cos^2(\alpha_1) \cdot \sin^2(\alpha_1)}}}{\cos(\alpha_1)} \quad (23)$$

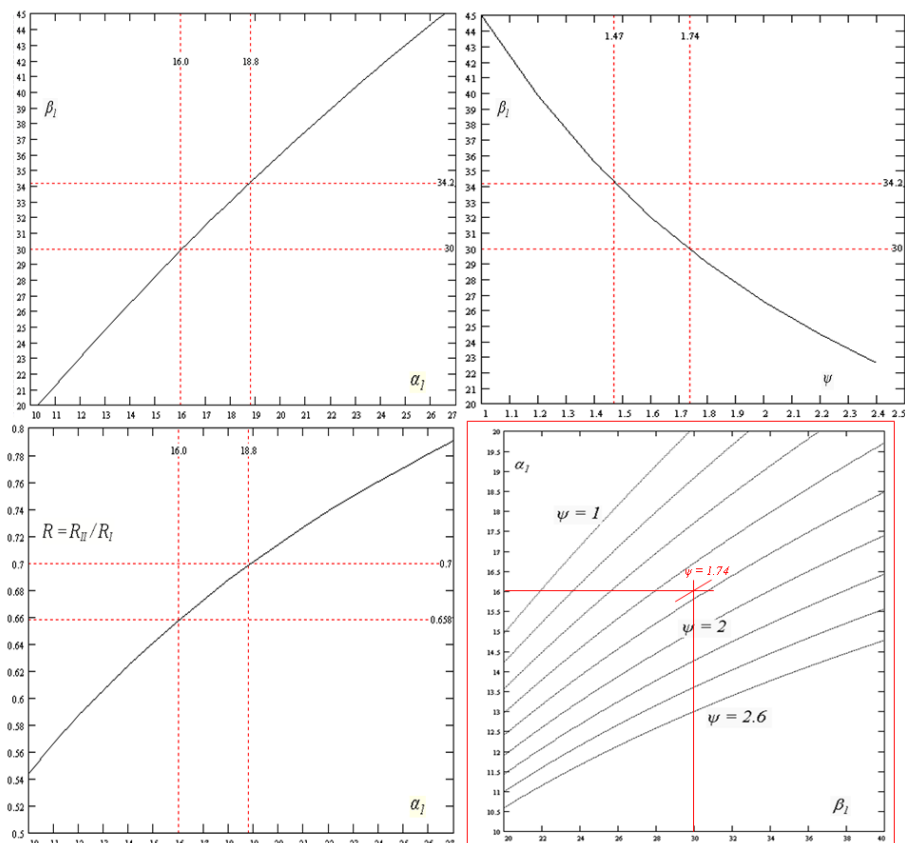
A (23) túl összetett kifejezés. Gyakorlati munkához célszerű diagram formájában is megadni. A diagramot a 3. ábrán szerepeltetjük. A 3. ábra egyben azt is bemutatja, hogy az optimalizált sugárviszony hogyan kapcsolódik a Bánki-turbina optimalizált adatrendszeréhez.

## 6. Összefoglalás

A 3. ábrán összefoglaljuk a Bánki-turbina optimális, konzisztens adatrendszerét, egységnyi sugarú járókerék ( $RI = 1$ ) esetében. Az összetartozó adatokra vonatkozó példák (két összetartozó adatrendszerre vonatkozóan) az összetartozó optimális adatokat összekapcsoló szaggatott vetítővonalakkal és a számértékek feltüntetésével szerepelnek. A két adatrendszerre vonatkozó példák egyben a diagramok használatát is bemutatják.

A konzisztencia az összenyomhatatlan, súrlódásmentes közeg és lapátkongruens áramlás feltételezése esetében áll fenn. A 3. ábrán a jelen közleményből a (16) összefüggést (3.pont), a (19) összefüggést (4.pont) és a (23) összefüggést (5.pont) ábrázoljuk.

A (20) összefüggést ábrázoló bekeretezett diagram kiegészítő/magyarázó céllal szerepel.



3. ábra. A Bánki-turbina optimális adatrendszer

## 7. Irodalomjegyzék

- [1] Bánki, D.: Energie-Umwandlungen in Flüssigkeiten, Springer Verlag Berlin, 1921
- [2] Czibere, T.: Az el nem évülő Bánki-turbina létrehozója 150 éve született, GÉP 60. évf. 3. sz. / 2009
- [3] Hajdú S. - Czibere T. - Kalmár L.: Bánki-turbina járókerékében történő áramlás vizsgálata GÉP, LIV. évfolyam, 2013. 2. szám pp. 27-30. ISSN 0016-8572
- [4] Hajdú S., Czibere T., Kalmár L.: Bánki-turbina járókerék kilépési veszteségeinek optimalizálása, GÉP, LXV. évfolyam, 2014. 1.szám pp. 18-21. ISSN 0016-8572
- [5] Hajdú S., Czibere T., Kalmár L.: Bánki turbine design data optimization to ensure angular momentum free flow at runner outlet, XXVIII. microCAD International Scientific Conference, University of Miskolc, 10-11 April, 2014.
- [6] Hajdú S., Czibere T., Kalmár L.: Bánki-turbina járókerékének optimális méretarányai, GÉP, LXV. évfolyam, 2014. 3.szám pp. 9-12. ISSN 0016-8572